

**Huom.** Tenttijällä saa olla A4-arkin kokoinen tiivistelmä mukanaan tentissä.

1. Määrää seuraavalle homogeenisysteemille perusjärjestelmä  $\mathbf{R}$ :ssä:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t).$$

2. Anna seuraavan systeemin yleinen ratkaisu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 2e^t \\ -3e^t \end{bmatrix}.$$

3. (a, 3 pist.) Palauta 2.kl. differentiaaliyhtälö

$$\ddot{x} - 2x \cos(\dot{x}) + \dot{x} - x^2 + 3 = 0$$

yhtäpitäväksi 1.kl. pariksi.

(b, 3 pist.) Ratkaise tämän parin kriittiset pisteet ja Poincarén teoreeman avulla niiden laatu (stabiili vai epästabiili).

4. Tarkastellaan yhden differentiaaliyhtälön alkuarvotehtävää

$$y' = \frac{2 \sin^2(xy)}{x+1}, \quad y(0) = 1.$$

Olkoon  $y : I \rightarrow \mathbf{R}$  sen (maksimaali)ratkaisu. Osoita että  $I = ]-1, \infty[$ , ts. että ratkaisu  $y$  on olemassa kaikilla  $x \in ]-1, \infty[$ .