

Differentiaaliyhtälöt II

Harjoitus 5, syksy 2014

1. Etsi matriisikeinolla (joka soveltaa yleistettyjä ominaisvektoreita) \mathbf{R} :ssä perusjärjestelmä systeemille

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}.$$

2. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä.

3. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{bmatrix},$$

käyttäen variointikeinoa. Huomaa että sama A kuin edellisessä tehtävässä.

4. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -\cos t \\ -\sin t \end{bmatrix},$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä.

Ohje. Suoraviivainen lasku johtaa 4×4 -kokoiseen lineaariseen yhtälöryhmään.

5. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = e^{3t} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix},$$

käyttäen variointikeinoa. Huomaa että sama A kuin edellisessä tehtävässä. Toisaalta, mikä olisi tässä toimiva suoran yrittteen muoto?

6. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä. Huomaa että sama A kuin tehtävässä 1.