

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 6, syksy 2014

1. Ratkaise yhtälö

$$3y'' + 2y' + y = 0.$$

2. Ratkaise yhtälö

$$\ddot{x} + 9x = 4t - \sin t$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä (määräämättömien kertoimien menetelmä).

3. Ratkaise yhtälö

$$\ddot{x} - 9x = e^{-3t}$$

variointikeinolla. Näin jälkikäteen, mikä olisi sopiva suoran yrittteen muoto?

4. Ratkaise välillä $]0, \infty[$ HY

$$y'' + \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y = 0,$$

(a) suoralla yritteellä $y(x) = x^a$, jossa a on parametri,

(b) sopivalla vapaan muuttujan sijoituksella $x = x(t)$.

Ohje. (a) Eulerin kaava. (b) Uusi tuntematon funktio on sitten $z(t) = y(x(t))$. Korvaa y , y' ja y'' .

5. Nopeasti on todennettavissa että homogeeniyhtälöllä

$$(x - 2)y'' - (4x - 7)y' + (4x - 6)y = 0 \quad *$$

on \mathbf{R} :ssä ratkaisu e^{2x} . Etsi kertaluvun pudotuksella (variointikeinolla) toinen riippumaton ratkaisu ja anna yhtälön yleinen ratkaisu \mathbf{R} :ssä.

6. Jatkoa tehtävälle 5:

(a) Antaako saamasi yleinen ratkaisu yhtälön * kaikki ratkaisut \mathbf{R} :ssä? Perustelu.

(b) Onko AAT:llä * ja $y(2) = 1$, $y'(2) = 0$, ratkaisua? Syy teorian kannalta?

Ohje. (a) Tarvitset homogeeniyhtälön yleistä teoriaa. Jatkuvuusargumentti. Vaikeampi kysymys: miksi se koskee myös ratkaisufunktion toista derivaattaa?