

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 5, syksy 2014

1. Ratkaise (implisiittisesti) yhtälö

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x + y + 4}{x + 3y + 2}.$$

2. Tutki Wronskin determinantin avulla mitkä funktiopareista (y_1, y_2) eivät ainakaan voi olla jonkin 2.kl. lineaarisen homogeeniyhtälön perusjärjestelmä välillä $]0, \infty[$:

$$(x^3, x), \quad (\sin 2x, -\cos 2x), \quad (\sin 2x, \cos x).$$

3. Tarkastellaan seuraavia funktiopareja (y_1, y_2) :

$$(7e^{-2x}, e^{-2x}), \quad (-xe^{-2x}, -e^{-2x}), \quad (e^{-x}, -e^{-2x}).$$

(a) Laske niiden Wronskit pisteissä $x \in \mathbf{R}$.

(b) Perustele mitkä pareista ovat 2.kl. lineaarisen HY:n $y'' + 4y' + 4y = 0$ perusjärjestelmiä välillä \mathbf{R} .

4. Etsi yritteellä $y(x) = x^a$, jossa a parametri, välin $I =]0, \infty[$ perusjärjestelmä 2.kl. lineaarisille HY:ille

$$y'' + \frac{4}{x}y' - \frac{4}{x^2}y = 0.$$

5. Ratkaise yhtälöt

$$(a) \quad 3\ddot{x} + \dot{x} - 2x = 0, \quad (b) \quad \ddot{x} + 4x = 4\dot{x}.$$

6. Ratkaise AAT

$$9y'' + 12y' + 4y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1.$$