

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 2, syksy 2014

1. Ratkaise differentiaaliyhtälöt (DY)

$$(a) \quad y' = 2x + y/x, \quad (b) \quad y' + (\cos x)y = \cos x.$$

2. Ratkaise DY

$$2y + 3 + (2x - 1)y' = 0$$

(a) lineaarisena, (b) separoituvana yhtälönä.

3. Palauta seuraavista mahdolliset tavallisiksi differentiaaliyhtälöiksi ja tässä onnistuessasi ratkaise:

$$(a) \quad xy(x) + \int_0^{x^2} ty(t) dt = 1, \quad (b) \quad xy(x) + \int_0^x ty(t) dt = 1.$$

4. Ratkaise DY

$$(x - 2)y' - y = 2(x - 2)^3$$

alkuehdoilla

$$(a) \quad y(0) = 0, \quad (b) \quad y(2) = 0, \quad (c) \quad y(2) = 1.$$

Miten ratkaisut voi ymmärtää OY-lauseen 1.2 kannalta?

5. Tarkastellaan differentiaaliyhtälöä

$$-2xy^2 + (1 + 2y)y' = 0.$$

(a) Mikä seuraavassa päättelyssä menee pieleen:

$$\begin{aligned} -2xy^2 + (1 + 2y)y' = 0 &\Leftrightarrow c = \int 0 = \int -2xy^2 + \int y' + \int 2yy' \\ &\Leftrightarrow -y^2 \int 2x - 2x \int y^2 + y + y^2 = -x^2y^2 - (2/3)xy^3 + y + y^2 = c, \quad c \in \mathbf{R}, \end{aligned}$$

missä viimeiseksi olisi annettu implisiittiratkaisu.

(b) Ratkaise kyseinen yhtälö oikein (implisiittiratkaisu).

6. Osoita DY

$$y^{-1} + (2y - xy^{-2})y' = 0.$$

eksaktiksi ja ratkaise se. Muodosta käänteisfunktio eksplisiittisesti.