

## MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

### Analyysi I 2014

#### Tehtävät viikolle 42

Tällä viikolla ohjaustehtävissä tutustumme viime syksyn ensimmäiseen kurssikokeeseen. Kotitehtävissä harjoitellaan funktion raja-arvoa.

Tällä viikolla ei ole tiistaina eikä torstaina luentoja. Perjantain luennolla kerrataan kokeeseen paikalla olijoiden kysymysten pohjalta.

#### Alkuviikon tehtävät O1, O2; K1, K2 ja K3

**O1** Selvitä

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 2n + 3}.$$

Tehtävässä saa käyttää kurssin lauseita sekä tietoa vakiojonojen sekä jonon  $(\frac{1}{n})$  raja-arvosta.

**O2** Osoita lukujonon raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{3n + 1} = \frac{2}{3}.$$

**K1** Osoita funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1.$$

**K2** Osoita funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 5 = 4.$$

**K3** Osoita funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + x = 6.$$

#### Loppuviikon tehtävät O3, O4; K4, K5 ja K6

**O3** Osoita funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 1}{3x + 1} = \frac{5}{7}.$$

**O4** Oletetaan, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -1 \text{ ja } \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty.$$

Osoita, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \infty.$$

**K4** Osoita funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{3x + 1} = \frac{3}{4}.$$

**K5** Osoita funktion raja-arvon ja jatkuvuuden määritelmien perusteella, että yhtälöllä

$$f(x) = \sqrt{x}$$

määritelty funktio  $f: (0, 3) \rightarrow \mathbb{R}$  on jatkuva kohdassa  $x = 1$ .

**K6** Osoita funktion raja-arvon ja derivaatan määritelmien perusteella, että edellisen tehtävän funktio on derivoituva kohdassa  $x = 1$  ja että sen derivaatta tässä kohdassa on  $\frac{1}{2}$ .