

# INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I 2014

Uppgifter för vecka 44

Uppgifter för början av veckan O1, O2; K1, K2 och K3

O1 Visa utgående från definitionen att påståendet

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 3$$

är falskt.

O2 Anta att  $g$  är en godtycklig funktion som för alla  $x \in (-1, 1)$  uppfyller villkoret  $|g(x)| \leq 3$ . Visa att en med ekvationen  $f(x) = xg(x)$  definierad funktion är kontinuerlig i punkten  $x = 0$ .

K1 Visa utgående från definitionen att

$$\frac{x^2 + 1}{x + 1} \rightarrow \frac{5}{3}$$

då  $x \rightarrow 2$ .

K2 Visa utgående från definitionen att  $x^3 \rightarrow 8$  då  $x \rightarrow 2$ . Vetskapen att  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  kan vara till nytta.

K3 Visa utgående från definitionerna att den med ekvationen  $f(x) = |x|$  definierade funktionen är kontinuerlig i alla punkter  $a$ . Uppgiften förenklas om du skilt undersöker fallen  $a > 0$ ,  $a < 0$  och  $a = 0$ .

Uppgifter för slutet av veckan O3, O4; K4, K5 och K6

O3 Bevisa de två första ekvationerna i lemmat 1.6.2 på sidan 35 i boken. (Läs i boken!)

O4 Bevisa resultatet från lemmat 1.6.3 på sidan 36 i boken. (Läs i boken!)

K4 Visa utgående från definitionen att påståendet

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{x + 2} = 1$$

är falskt.

**K5** Visa utgående från definitionerna att funktionen från uppgift K3 inte är deriverbar i punkten  $x = 0$ .

**K6** Anta att  $g$  är en godtycklig funktion som för alla  $x \in (-1, 1)$  uppfyller villkoret  $|g(x)| \leq 3$ . Visa att en med ekvationen  $f(x) = x^2g(x)$  definierad funktion är deriverbar i punkten  $x = 0$ .