

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I 2014

Uppgifter för vecka 42

I den här veckans handledningsuppgifter bekantar vi oss med förra höstens första kursprov. I hemuppgifterna övar vi funktionens gränsvärde.

Uppgifter för början av veckan O1, O2; K1, K2 och K3

O1 Utred

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 2n + 3}.$$

I uppgiften får man använda sig av kursens satser, samt det man vet om den konstanta följdens och följdens $(\frac{1}{n})$ gränsvärden.

O2 Visa utgående från definitionen för talföljdens gränsvärde att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{3n + 1} = \frac{2}{3}.$$

K1 Visa utgående från definitionen för funktionens gränsvärde att

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1.$$

K2 Visa utgående från definitionen för funktionens gränsvärde att

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 5 = 4.$$

K3 Visa utgående från definitionen för funktionens gränsvärde att

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + x = 6.$$

Uppgifter för slutet av veckan O3, O4; K4, K5 och K6

O3 Visa utgående från definitionen för funktionens gränsvärde att

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 1}{3x + 1} = \frac{5}{7}.$$

O4 Anta att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -1 \text{ ja } \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty.$$

Visa att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \infty.$$

K4 Visa utgående från definitionen för funktionens gränsvärde att

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{3x + 1} = \frac{3}{4}.$$

K5 Visa utgående från definitionerna för funktionens gränsvärde och kontinuitet att den med ekvationen

$$f(x) = \sqrt{x}$$

definierade funktionen $f: (0, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig i punkten $x = 1$.

K6 Visa utgående från definitionerna för funktionens gränsvärde och derivata att funktionen från föregående uppgift är deriverbar i punkten $x = 1$ och att dess derivata i punkten är $\frac{1}{2}$.