

## Todennäköisyyslaskennan kurssi, 1. harjoitus (9.–13.9.2013)

1. Tässä tehtävässä tapahtumat  $A$  ja  $B$  eivät välttämättä ole erillisiä.

Todista a-, b-kohdan kaavat käyttämällä tn-mitan (äärellistä) additiivisuutta, eli kaavaa (1.2). Kyseessä olevien tapahtumien erillisyyden voit tarkistaa joko Vennin diagrammien avulla tai muulla tavalla.

a)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B \setminus A)$ ,

b)  $P(B) = P(A \cap B) + P(B \setminus A)$ .

c) Tarkista, että ns. yhteenlaskukaava  $P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$  on voimassa.

2. Olkoon  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.2$  ja  $P(A \cap B) = 0.1$ . Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet, a)  $B^c$ , b)  $A \cup B$ , c)  $A^c \cap B^c$ .

3. Noppaa heitetään neljä kertaa. Laske todennäköisyys, että saadaan vähintään yksi kuutonen (Vihje: tapahtuman komplementin todennäköisyys on nyt helppo järkeillä)

4. Emokoiraa synnyttää neljän pennun pentueen. Oletamme, että molempien sukupuolien syntymistodennäköisyydet ovat yhtä suuret ja että eri pentujen sukupuolet ovat toisistaan riippumattomia.

a) Millä todennäköisyydellä pentueeseen syntyy yhtä monta naarasta kuin urosta?

b) Millä todennäköisyydellä pentueeseen syntyy yksi naaras ja kolme urosta?

Vihje: tehtävän voi ratkaista joko binomikertoimien avulla tai luettelemalla kaikki mahdolliset alkeistapaukset. Alkeistapaukset voidaan esittää merkkijonoilla, jossa esim. UNUU tarkoittaa sitä, että ensimmäisenä syntyy urospentu, toisena naaraspentu, kolmantena urospentu ja neljäntenä urospentu.

5. Uudella naapurillasi on kaksi lasta. Olet tavannut yhden lapsista ja nähnyt, että hän on tyttö. Millä todennäköisyydellä toinen lapsista on poika? (Selvennys: tässä kysytään ehdollista todennäköisyyttä. Oletamme eri sukupuolten syntymistodennäköisyydet yhtä suuriksi ja lisäksi oletamme, että eri lasten sukupuolet ovat toisistaan riippumattomia.)

Vihje: tämä tehtävä kannattaa ratkaista luettelemalla kaikki mahdolliset alkeistapaukset.

6. Esillä on kaksi laatikkoa, joista ensimmäisessä on yksi musta ja yksi valkoinen pallo ja toisessa kaksi mustaa ja yksi valkoinen pallo. Laatikoista valitaan umpimähkään yksi, ja valitusta laatikosta nostetaan umpimähkään yksi pallo. Millä todennäköisyydellä nostettu pallo on valkoinen?