

Riskiteorian laskuharjoitus 8, 13.11.2013

Huom. Ti 19.11. ei ole luentoa, ke 27.11. on klo 12 harjoitusten tilalla noin tunnin mittainen luento (sali B322)

1. Olkoon X yhdistetty Poisson-muuttuja. Olkoon Poisson-parametri $\lambda = 2$ ja yksittäisen vahingon suuruudella eksponenttijakuma parametrilla 2 (tiheysfunktio $2e^{-2z}$ alueessa $z > 0$). Estimoி todennäköisyyttä $\mathbb{P}(X \geq 4)$ suoran simuloinnin avulla käyttäen alla olevaa satunnaislukutaulukkoa. Suorita 5 toistoa ja arvioi saavutettu tarkkuus otoksesta.

2. Suorita edellisen tehtävän estimointi kohdennetun simuloinnin avulla käyttämällä simuloitijakaumana X :n konjugaattijakaumaa parametrilla 1. Suorita 5 toistoa ja arvioi saavutettu tarkkuus otoksesta.

3. Todista luentojen lauseen 6.5.2 kohta (ii).

4. Olkoon $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ sellainen, että $\varphi(t) \in \mathbb{R}$ kaikilla $t \neq 0$ ja

$$\varphi'(t) < 0 \quad \text{ja} \quad \varphi''(t) > 0 \quad \text{kaikilla } t \in (0, 1).$$

Lisäksi

$$\varphi(1) = \lim_{t \rightarrow 1^-} \varphi(t) = 0 \quad \text{ja} \quad \varphi(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \varphi(t) \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}.$$

Määritellään kuvaus $C = C_\varphi : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ehdosta

$$C(u_1, u_2) = \begin{cases} \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2)), & \text{jos } \varphi(u_1) + \varphi(u_2) \leq \varphi(0), \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Osoita, että C on copula. Nimitys: C on Arkimedeen copula generaattorina φ .

5. Osoita, että riippumattomuus-copula on Arkimedeen copula ja määrää generaattori (luentojen esimerkki 6.5.1).

T(0,1)-jakautuneita satunnaislukuja:

0.9680, 0.2039, 0.9792, 0.8254, 0.7073, 0.9637, 0.4390, 0.6347, 0.2725, 0.5861, 0.2514, 0.7690, 0.8662, 0.2798, 0.7513, 0.5964, 0.6869, 0.8373, 0.2905, 0.8586, 0.0470, 0.5194, 0.6711, 0.6868, 0.0920, 0.6789, 0.8801, 0.0077, 0.5890, 0.0221, 0.9103, 0.5269, 0.4175, 0.2231, 0.9228, 0.1902, 0.3282, 0.2470, 0.0727, 0.7665, 0.7622, 0.6326, 0.9826, 0.6316, 0.4777, 0.2625, 0.7564, 0.7227, 0.8847, 0.2378, 0.0475, 0.9910, 0.2534, 0.2727, 0.2749, 0.7361, 0.3653, 0.6515, 0.4364, 0.3593, 0.0244, 0.5361, 0.0781, 0.8996, 0.1685, 0.8327, 0.5285, 0.1602, 0.9115, 0.2902, 0.2432, 0.1601