

Riskiteorian laskuharjoitus 7, 6.11.2013

Huom. Ti 19.11. ei ole luentoa, ke 27.11. on klo 12 harjoitusten tilalla noin tunnin mittainen luento (sali B322)

1. Olkoot F ja G kertymäfunktioita. Oletetaan, että F on jatkuva ja aidosti kasvava koko \mathbb{R} :ssä. Oletetaan, että käytettävissä on jono riippumattomia F -jakautuneita satunnaismuuttujia R_1, R_2, \dots . Esitä menettely, jonka avulla saadaan riippumattomia G -jakautuneita satunnaismuuttujia.

2. Olkoot ξ, ξ_1, ξ_2, \dots riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia ja

$$Y_n = \xi_1 + \dots + \xi_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Olkoon c muuttujan ξ ja C muuttujan Y_n kumulanttifunktio. Osoita, että $C^*(v) = nc^*(v/n), \forall v \in \mathbb{R}$.

3. Olkoon vahinkojen lukumäärä K Polya-muuttuja parametrilla (λ, Q) , missä Q :lla on gamma- (h, h) -jakauma. Osoita, että K :n konjugaattijakaumat ovat Polya-jakaumia ja että struktuurimuuttujalla on aina gamma- (h, h) -jakauma.

4. (jatkoa) Määrää c_K^* .

5. (jatkoa) Yhtiön vahinkojen lukumäärällä on tehtävän 3 mukainen Polya-jakauma ja yksittäisen vahingon suuruus on vakio a . Yhtiöllä on vuoden alussa alkupääoma U_0 ja vuotuinen vakuutusmaksu on P . Osoita, että yhtiön vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on tason ε alapuolella. Parametreilla on arvot $\lambda = 50, h = 100, a = 2, P = 120, U_0 = 40$ ja $\varepsilon = 0.01$.