Riskiteorian laskuharjoitus 6, 30.10.2013

1. Yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa. Olkoon Poisson-parametri λ ja olkoon vahingon suuruudella gamma-(2,2)-jakauma. Yhtiöllä on vuoden alussa alkupääoma U_0 ja vuotuinen vakuutusmaksu on P. Tarkastellaan X:n jakaumaa NP-approksimaation tarkkuudella. Olkoon $\lambda = 1000$ ja $\varepsilon = 0.01$.

a) Olkoon $P = 1050$. Miten suuri on alkupääoman oltava, että vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä olisi tason ε alapuolella.

b) Olkoon $U_0 = 50$. Miten suuri on vakuutusmaksun oltava, että vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä olisi tason ε alapuolella.

2. Olkoon yhtiön vakuutuslajin i $(i = 1, 2)$ vuotuisella kokonaisvahinkomäärällä X_i yhdistetty Poisson-jakauma. Olkoon Poisson-parametri λ_i ja vahingon suuruudella eksponenttijakauma parametrina μ_i. Oletetaan, että X_1 ja X_2 ovat riippumattomia. Olkoon lajin i vuotuinen vakuutusmaksu P_i. Yhtiöllä on vuoden alussa alkupääoma U_0. Osoita, että yhtiön vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on tason ε alapuolella, kun parametreilla on arvot $\lambda_1 = 10, \lambda_2 = 100, \mu_1 = 1/100, \mu_2 = 1/10, P_1 = 1200, P_2 = 1100, U_0 = 1000$ ja $\varepsilon = 0.01$. Käytä normaaliapproksimaatiota.

3. (jatkoa) Jaetaan yhtiö kahtia siten, että yhtiö i harjoittaa vain vakuutuslajia i. Tutki, voidaanko alkupääoma U_0 jakaa siten, että kummankin yhtiön vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on tason ε alapuolella. Käytä normaaliapproksimaatiota.

4. Olkoon X yhdistetty Poisson-muuttuja. Olkoon Poisson-parametri λ ja μ_X, σ_X^2 ja γ_X muuttujan X odotusarvo, varianssi ja vinous. Nämä kaikki ovat aidosti positiivisia ja äärellisiä. Olkoon $x \geq 1$ kiinteä ja $P_1(\lambda)$ ja $P_2(\lambda)$ todennäköisyyden

$$\mathbb{P}((X - \mu_X)/\sigma_X \geq x)$$

NP- ja Wilson-Hilferty -approksimaatiot. Osoita, että

$$P_1(\lambda) = P_2(\lambda) + o(1/\sqrt{\lambda}), \quad \lambda \to \infty.$$

Vahingon suuruusjakauma on rajankäynnissä kiinteä.

5. Oletetaan, että kokonaisvahinkomäärä X noudattaa yhdistettyä painotettua Poisson-jakaumaa. Vahinkojen lukumäärän odotusarvo on $\lambda = 2$ ja struktuurimuuttujan Q jakauma $\mathbb{P}(Q = 0.9) = \mathbb{P}(Q = 1.1) = 0.5$. Tuota simuloimalla yksi havainto X:n jakaumasta allaolevien satunnaislukujen avulla, kun vahingot ovat eksponenttijakautuneita parametrilla $\mu = 1$.

Riippumattomia T(0,1)-jakautuneita satunnaislukuja:

0.425, 0.551, 0.388, 0.500, 0.441, 0.611, 0.490, 0.620, 0.552, 0.392, 0.701, 0.521, 0.590, 0.641