Riskiteorian laskuharjoitus 4, 9.10.2013

1. Olkoon X_i yhdistetty muuttuja parametrilla (K, S_i), $i = 1, 2$. Oletetaan, että $\bar{S}_2(z) > \bar{S}_1(z)$ kaikilla $z > 0$. Osoita, että kaikilla $x > 0$,

$$\mathbb{P}(X_2 > x) > \mathbb{P}(X_1 > x).$$

2. Olkoon X_i yhdistetty Poisson-muuttuja parametrilla (λ_i, S_i), $i = 1, 2$. Oletetaan, että X_1 ja X_2 ovat samoin jakautuneita ja että $S_1(0) = S_2(0) = 0$. Osoita, että $\lambda_1 = \lambda_2$ ja $S_1 = S_2$.

3. Olkoon vahingon suuruden kertymäfunktio S ja

$$\bar{S}(z) = 1 - S(z) = \left(\sqrt{z} + c \log z\right)^{-a}, \quad \forall z \geq z_0,$$

missä c, a ja z_0 ovat positiivisia vakioita. Osoita, että $\bar{S}$ on säännöllisesti vaihteleva. Mikä on jakauman hännän vahvuutta kuvaava lemman 5.1 potenssi β_S.

4. Olkoon X yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja ja edustakoon Z vahingon suuruutta. Oletetaan, että Z on rajoitettu siten, että

$$\mathbb{P}(Z \in [0, M]) = 1,$$

missä $M > 0$ on vakio. Olkoon $\mu = \mathbb{E}(X)$ ja $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X)$. Mitataan muuttujan X vaarallisuutta suhteellisella hajonnalla $s = \sigma/\mu$. Osoita, että

$$s \leq \sqrt{M/\mu}. \tag{$*$}$$

5. (jatkoa) Olkoon $m \in (0, M]$ kiinteä. Konstruoi sellainen välille $[0, M]$ keskittyvä vahingon suuruusjakauma, että $(*)$ toteutuu yhtälönä ja $\mathbb{E}(Z) = m$.