

Riskiteorian laskuharjoitus 3, 2.10.2013

1. Okoon $\{K(t)\}$ painotettu Poisson-prosessi, jonka lisäykset ovat stationaarisia lauseen 3.1.2 oletuksen (ii) mielessä. Osoita, että $\{K(t)\}$ on homogeeninen Poisson-prosessi.

2. Olkoon $\{K(t)\}$ painotettu Poisson-prosessi ja $r > 0$. Osoita, että $K(r)$ noudattaa erästä painotettua Poisson-jakaumaa.

3. Olkoon X_i yhdistetty Poisson-muuttuja parametrilla (λ_i, S) , $i = 1, 2$. Oletetaan, että $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$ ja että $S(0) < 1$. Osoita, että kaikilla $x > 0$,

$$\mathbb{P}(X_2 > x) > \mathbb{P}(X_1 > x).$$

4. Oletetaan, että yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa. Olkoon Poisson-parametri $\lambda > 0$. Yksittäisen vahingon suuruudella olkoon todennäköisyysfunktio g ,

$$g(n) = \lambda^{-1} n^{-1} (1 - e^{-\lambda})^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Osoita, että X :n jakauma on geometrinen ts.

$$\mathbb{P}(X = k) = (1 - a) a^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

eräälle $a \in (0, 1)$.

5. Oletetaan, että yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa. Olkoon Poisson-parametri $\lambda > 0$ ja yksittäisen vahingon suuruudella gamma – (r, α) -jakauma ($r > 0, \alpha > 0$). Määrä kokonaisvahinkomäärän odotusarvo, varianssi ja viinous. (Vastaukset: $\lambda r / \alpha, \lambda r(r + 1) / \alpha^2, (r + 2) / \sqrt{\lambda r(r + 1)}$.)