

Matemaattinen logiikka 2013

Laskuharjoitukset 7

1. (Kurssikoe, teht. 1.) Todista suoraan määritelmään vedoten, käyttämättä täydellisyyslausetta:

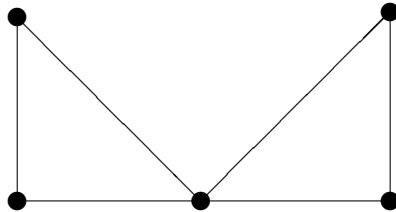
$$\{(C \rightarrow (B \rightarrow A)), (\neg B \rightarrow \neg C)\} \vdash (C \rightarrow A)$$

2. (Kurssikoe, teht. 2.) Osoita, että propositiolause

$$((p_0 \vee p_2) \wedge (p_1 \vee p_2)) \rightarrow ((p_0 \vee p_1) \wedge p_2)$$

ei ole todistuva.

3. (Kurssikoe, teht. 3.) Luettele seuraavan verkon määriteltävät osajoukot. Perustele luettelosi.



4. (Kurssikoe, teht. 4.) Todista suoraan määritelmään vedoten, käyttämättä täydellisyyslausetta:

$$\vdash (\forall v_0 \forall v_1 (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \forall v_0 \exists v_1 \varphi).$$

5. Olkoon $M = (\{0, 1, 2\}, \{0\}) \{P\}$ -strukturi. Etsi $\{P\}$ -lause φ siten, että $M \models \varphi$ ja $\{\varphi\}$ on täydellinen teoria.
6. Olkoon $T = \{\forall v_0 (\neg \approx v_0 f v_0 \wedge \approx v_0 f f v_0)\} \{f\}$ -teoria. Kuvaile T :n numeroituvasti äärettömät mallit ja näytä, että T ei ole täydellinen.