

Matemaattinen logiikka 2013

Laskuharjoitukset 3

1. Olkoon $L = \{\underline{P}\}$, missä $\#_L(\underline{P}) = 1$. Anna 9 keskenään ei-isomorfista L -struktuuria, missä kunkin universumissa on täsmälleen 8 alkioita.
2. Osoita, että jos $\mathcal{M} \cong \mathcal{M}'$ ja $\mathcal{M}' \cong \mathcal{M}''$, niin $\mathcal{M} \cong \mathcal{M}''$.
3. Ovatko struktuurit $(\mathbb{R}, <)$ ja $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, <)$ isomorfiset?
4. Anna bijektio $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1)$.
5. Olkoon L aakkosto, \mathcal{M} L -strukturi, $L' \subseteq L$ ja \mathcal{M}' L' -strukturi siten että $\mathcal{M} \upharpoonright L' \cong \mathcal{M}'$. Osoita, että \mathcal{M}' :lla on ekspansio \mathcal{M}'' siten, että $\mathcal{M} \cong \mathcal{M}''$.
6. Olkoot M ja M' L -struktuureja ja $\pi : M \cong M'$. Olkoon $s : \mathbb{N} \rightarrow M$ ja $s' : \mathbb{N} \rightarrow M'$ siten että kaikilla $n \in \mathbb{N}$ $s'(n) = \pi(s(n))$. Osoita, että kaikille L -termeille t pätee $t^{M'} \langle s' \rangle = \pi(t^M \langle s \rangle)$.