

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

19.11.2013

Helsingin yliopisto

Johanna Rämö

johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- ▶ Muistathan, että tehtäviä saa korjata kaksi kertaa.
- ▶ Jos otit kokeen mukaan kokeenkatsomistilaisuudesta, palauta se Johannalle (oman oikeusturvasi vuoksi).

Käsitekartta

Miten korjaisit ratkaisua?

Tehtävä: Osoitetaan, että kuvaus $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $(x_1, x_2) \mapsto (|x_1|, |x_2|)$ ei ole lineaarinen.

Ratkaisu:

Oletetaan, että $(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$.

Nähdään, että

$$\begin{aligned}G((x_1, x_2) + (y_1, y_2)) &= (|x_1|, |x_2|) + (|y_1|, |y_2|) \\ &= (|x_1| + |y_1|, |x_2| + |y_2|)\end{aligned}$$

ja

$$\begin{aligned}G((x_1, x_2) + (y_1, y_2)) &= G(x_1 + y_1, x_2 + y_2) \\ &= (|x_1 + y_1|, |x_2 + y_2|).\end{aligned}$$

Koska $|x_1| + |y_1| \neq |x_1 + y_1|$ ja $|x_2| + |y_2| \neq |x_2 + y_2|$, kuvaus ei ole lineaarinen.

Luentokysymys

Mikä ei kuulu joukkoon?

(a) $\text{span}(\bar{v}, \bar{w})$

(b) $a\bar{v} + b\bar{w} + c\bar{u}$

(c) $\{(0, 0, 0)\}$

(d) \mathbb{R}^2

Äänestä: aktivator.jamo.fi

Kysymys

Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4 \in \mathbb{R}^3$. Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

- (a) Jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$ voi olla avaruuden \mathbb{R}^3 kanta.
- (b) Avaruuden $\text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ dimensio on 3.
- (c) Vektorit $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3$ virittävät välttämättä avaruuden $\text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$.
- (d) Vektorit \bar{v}_1, \bar{v}_2 voivat muodostaa avaruuden $\text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ kannan.

Kuinka tunnistaa kanta?

- ▶ Jos vektoriavaruuden V vektorijonon pituus on suurempi kuin n , kyseinen jono ei voi olla vapaa.
- ▶ Jos vektoriavaruuden V vektorijonon pituus on pienempi kuin n , kyseinen jono ei voi virittää avaruutta V .
- ▶ Jos vektoriavaruuden V vektorijono virittää avaruuden ja sen pituus on n , kyseinen jono on kanta.
- ▶ Jos vektoriavaruuden V vektorijono on vapaa ja sen pituus on n , kyseinen jono on kanta.

Matriiseista saadaan lineaarikuvauksia

Millaisen kuvauksen määrää matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}?$$

Luentokysymys

Tutkitaan kuvausta

$$L: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad L(a, b, c, d) = (a - b, 2c + 2d)$$

ja aliavaruutta $W = \text{span}((1, 0, 0, 1))$.

Mitkä väitteistä ovat tosia?

- (a) Vektori $(0, 3, 0, 0)$ on lineaarikuvauksen L ytimessä.
- (b) $(1, 2) \in LW$
- (c) On olemassa lineaarikuvaus, jonka ytimessä ei ole yhtään vektoria.

Äänestä: aktivator.jamo.fi