Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

12.11.2013

Helsingin yliopisto
Johanna Rämö
johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Tällä viikolla ryhdytään käsittelemään kuvauksia. Nyt kurssin Johdatus yliopistomatematiikkaan taidot tulevat tarpeeseen. Jos et ole kurssilla, opiskele kuvauksia itsenäisesti.
- Herääkö luennon aikana kysymyksiä?
  - Voit kysyä kysymyksiä osoitteessa aktivator.jamo.fi. Valitse "Kysymyksiä luennolla" ja kirjoita kysymyksesi kommenttilaatikkoon.
  - Kaikkiin kysymyksiin ei valitettavasti pystytä vastaamaan luennolla. Kannattaa kysyä epäselväksi jääneet asiat ohjaajilta.

Yhdensuuntaisuus

Määritelmä

Vektoriavaruuden V vektorit $\bar{v}$ ja $\bar{w}$ ovat *yhdensuuntaiset*, jos $\bar{v} = r\bar{w}$ jollakin $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Miten korjaisit ratkaisua?

Teht: Osoita, että $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x - y + 2z = 0\}$ on vektoriavaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus.

Ratk: Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w} \in W$. Nyt $\bar{v} = (x_1, y_1, z_1)$ ja $\bar{w} = (x_2, y_2, z_2)$ joillakin $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 \in \mathbb{R}$. Lisäksi pätee $4x_1 - y_1 + 2z_1 = 0$ ja $4x_2 - y_2 + 2z_2 = 0$.

Nähdään, että $\bar{v} + \bar{w} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$.

$$\begin{aligned}
4(x_1 + x_2) - (y_1 + y_2) + 2(z_1 + z_2) &= 0 \\
(4x_1 - y_1 + 2z_1) + (4x_2 - y_2 + 2z_2) &= 0 \\
0 + 0 &= 0 \\
0 &= 0
\end{aligned}$$

Siten $\bar{v} + \bar{w} \in W$. (Loppu ei mahtunut kalvolle.)

Luentokysymys

Oletetaan, että W on avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus. Oletetaan lisäksi, että $(0,2,0) \in W$ ja $(0,-1,-1) \in W$.

Mitkä seuraavista vektoreista ovat aliavaruudessa W?

(a) $\bar{a} = (0,-6,0)$

(b) $\bar{b} = (0,1,-1)$

(c) $\bar{c} = (3,3,3)$

Äänestä: `aktivator.jamo.fi`

Luentokysymys

Onko avaruus $\mathbb{R}^2$ avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus?

Äänestä: aktivator.jamo.fi

Pohdittavaa

Onko oikein kirjoittaa $x^2 + 2x - 3 = (1, 2, -3)$?

Esimerkki

Avaruudella $\mathbb{R}^2$ on kannat $\mathcal{S} = ((1,2),(3,0))$ ja $\mathcal{T} = ((1,-1),(0,-1))$.

Määritetään vektorin $\bar{v} = (4,2)$ koordinaattivektorit $[\bar{v}]_{\mathcal{S}}$ ja $[\bar{v}]_{\mathcal{T}}$.

Määritetään kannanvaihtomatriisi $P_{\mathcal{T}\to\mathcal{S}}$ kannasta $\mathcal{S}$ kantaan $\mathcal{T}$.