

## Joulukalenteri 2013

- 1.12. Mikä on harjoituksen 6 tehtävässä 1 a) avaruuden  $W = \text{span}((0, 2, 0))$  dimensio?
- 2.12. Mikä on harjoituksen 6 tehtävässä 1 a) avaruuden  $W$  kohtisuoran komplementin dimensio?
- 3.12. Harjoituksen 6 tehtävässä 2 pitää tarkistaa kantavektorien a) yhden-suuntaisuus b) yksikäsitteisyys c) kohtisuoruus. (Vastaukseksi annetaan oikean vaihtoehdon kirjain.)
- 4.12. Polynomiavaruus  $\mathcal{P}_3$  koostuu nollapolynomista sekä sellaisista polynomeista, joiden aste on korkeintaan kolme. Mikä on tämän avaruuden dimensio?
- 5.12. Kuinka monta surjektiivista lineaarikuvausta on avaruudelta  $\mathbb{R}^2$  avaruudelle  $\mathbb{R}^3$ ? a) kaksi b) ei yhtään d) äärettömän monta. (Vastaukseksi annetaan oikean vaihtoehdon kirjain.)
- 6.12. Mikä on injektiivisen lineaarikuvauksen ytimen dimensio?
- 7.12. Lineaarikuvauksen  $L$  matriisi on kääntyvä. Mikä seuraavista ei ole välttämättä totta? a)  $L$  on kääntyvä. b)  $L$  on surjektio c)  $L$  on projektio d)  $L$  on isomorfismi.
- 8.12. Kuinka monta ominaisarvoa voi korkeintaan olla  $3 \times 3$ -matriisilla?
- 9.12. Mikä pitää luvun  $a$  olla, jotta  $(0, a, -7)$  olisi kuvauksen  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $L(a, b, c) = (a, c, b)$  ominaisvektori?
- 10.12. Mikä luvun  $k$  pitää olla, jotta joukko  $\{(a + b, b, k - 4) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$  olisi avaruuden  $\mathbb{R}^3$  aliavaruus?
- 11.12. Kun olisit tarvinnut aiemmin laskemaasi matriisikertolaskun tulosta, huomaat, että kissa on kaatanut glögilasin muistiinpanojesi päälle. Ainoa osa, mistä saat enää selvää, on

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 2 \\ -5 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & * & * \\ * & a & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 12 \\ 0 & 12 & * \\ 6 & * & * \\ 16 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

Mikä luku  $a$  on?

12.12. Avaruudessa  $\mathbb{R}^2$  voi määritellä sisätulon kaavalla

$$\langle (x_1, x_2), (y_1, y_2) \rangle = 2x_1y_1 + x_2y_2.$$

Miltä näyttää suoran  $S = \text{span}((1, 1))$  kohtisuora komplementti tämän sisätulon tapauksessa?

- a) Suoralta, joka on noin 84 asteen kulmassa suoraan  $S$  nähden.
- b) Suoralta, joka on 90 asteen kulmassa suoraan  $S$  nähden.
- c) Tasolta.

13.12. Kuinka monta aliavaruutta vektoriavaruudella  $\mathbb{R}^4$  on, jos keskenään isomorfiset aliavaruudet tulkitaan samoiksi?

**Joulukalenteri päätty tähän. Hyvää joululomaa!**