

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

2.10.2013

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Luentomateriaalin lukeminen

Mitkä väitteistä ovat tosia?

- A Vektorit $(2, 1, 0)$ ja $(-1, 1, 0)$ virittävät avaruuden \mathbb{R}^2 .
- B Vektorit $(0, 1, 0)$ ja $(0, 0, 1)$ virittävät avaruuden \mathbb{R}^2 .

Äänestä: aktivator.jamo.fi

Vastaus

Ei kumpikaan.

Käänteismatriisi

Määritelmä

Olkoon A neliömatriisi. Jos on olemassa saman tyyppinen neliömatriisi B , jolle pätee

$$AB = I \quad \text{ja} \quad BA = I,$$

sanotaan, että B on matriisin A *käänteismatriisi*.

Käänteismatriisin voi määrittää Gaussin-Jordanin eliminointimentelmällä (ks. esim. 10.8).

Matriisikertolasku ja yhtälöryhmät

Esimerkiksi yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 3x_1 - \sqrt{2}x_2 - x_3 = 4 \\ -2x_1 + 5x_3 = -\frac{4}{5} \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{bmatrix} 3 & -\sqrt{2} & -1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{4}{5} \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Vektoreita voi ajatella matriiseina

Vektori (v_1, v_2, \dots, v_n) samastetaan matriisiin

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

kanssa.

Nyt matriiseilla voi kertoa vektoreita.

Yhtälöryhmän ratkaisu käänteismatriisin avulla

Lause

Jos matriisi $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ on kääntävä ja $\bar{b} \in \mathbb{R}^n$, yhtälöllä $A\bar{x} = \bar{b}$ on täsmälleen yksi ratkaisu, ja se on $\bar{x} = A^{-1}\bar{b}$.

Determinantti

Determinantti antaa kätevän tavan selvittää, onko matriisi kääntyvä.