Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

27.9.2013

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Kysymys

Mitkä väitteistä ovat tosia?

A Jos porrasmatriisin jossakin sarakkeessa ei ole johtavaa alkiota, vastaavalla yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.

B Jos yhtälöryhmässä on enemmän tuntemattomia kuin yhtälöitä, yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.

Äänestä: `aktivator.jamo.fi`

Vastaus

Kumpikaan väitteistä ei ole totta.

Kelpuutatko ratkaisun alun?

Tehtävä: Tutki, ovatko vektorit $\bar{v}_1 = (0,1,2)$, $\bar{v}_2 = (-2,2,2)$ ja $\bar{v}_3 = (1,0,1)$ lineaarisesti riippumattomia.

Ratkaisu:

$$
\begin{aligned}
&c_1\bar{v}_1 + c_2\bar{v}_2 + c_3\bar{v}_3 = \bar{0} \\
&c_1(0,1,2) + c_2(-2,2,2) + c_3(1,0,1) = \bar{0} \\
&(-2c_2 + 3c_3, c_1 + 2c_2, 2c_1 + 2c_2 + c_3) = \bar{0} \\
&\begin{cases} -2c_2 + 3c_3 = 0 \\ c_1 + 2c_2 = 0 \\ 2c_1 + 2c_2 + c_3 = 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

(Ratkaisu jatkuu, mutta se ei mahtunut tälle kalvolle. Jatko ei ole nyt olennainen.)

Esimerkki jatkuu

Yhtälöryhmän matriisi saadaan muotoon

$$\left[\begin{array}{ccr|c} 1 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Onko jono vapaa?

Mitkä seuraavista ovat yhtäpitäviä vapauden määritelmän kanssa?

Jono $(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k)$ on vapaa, jos seuraava ehto pätee:

A $c_1\bar{v}_1 + \cdots + c_k\bar{v}_k = \bar{0}$, kun $c_1 = 0$, ..., $c_k = 0$

B $c_1\bar{v}_1 + \cdots + c_k\bar{v}_k = \bar{0}$ ja $c_1 = 0$, ..., $c_k = 0$

C Jos $c_1 = 0$, ..., $c_k = 0$, niin $c_1\bar{v}_1 + \cdots + c_k\bar{v}_k = \bar{0}$

D Yhtälöllä $x_1\bar{v}_1 + \cdots + x_k\bar{v}_k = \bar{0}$ on täsmälleen yksi ratkaisu.

E Nollavektori voidaan kirjoittaa vektorien $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k$ lineaarikombinaationa.

Äänestä: `aktivator.jamo.fi`