Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

25.9.2013

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Vapaus takaa yksikäsitteisen esityksen

Lause

Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k \in \mathbb{R}^n$. Jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k)$ on vapaa, jos ja vain jos jokainen aliavaruuden $\operatorname{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k)$ alkio voidaan kirjoittaa täsmälleen yhdellä tavalla vektorien $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k$ lineaarikombinaationa.

Pilkotaaan edellinen lause pienempiin osiin

Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k \in \mathbb{R}^n$.

Jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k)$ on vapaa, jos ja vain jos jokainen aliavaruuden span$(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k)$ alkio voidaan kirjoittaa täsmälleen yhdellä tavalla vektorien $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k$ lineaarikombinaationa.

Matriisit

Esimerkiksi

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 500 \\ -3 & 11 & \pi \\ \frac{3}{4} & 0 & 2 \\ 0 & \sqrt{2} & -6 \end{bmatrix}$$

on 4×3-matriisi eli $B \in \mathbb{R}^{4\times 3}$.

Matriisien yhteenlasku

Matriiseja, joilla on sama tyyppi, voidaan laskea yhteen.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+(-1) \\ 3+0 & 4+1 \\ 5+3 & 6+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 5 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}.$$

Matriisin kertominen skalaarilla

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 & 2 \cdot (-1) \\ 2 \cdot 0 & 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 3 & 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

Matriisikertolasku

Lasketaan seuraavien matriisien tulo:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$