

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

18.9.2013

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Kaikki tehtävät on tarkistettu.
- Kysy ohjaajilta neuvoa kommenttien ymmärtämiseen.

Eilen tehtyä

Selvitetään, virittävätkö vektorit $\bar{a}_1 = (0, 2, 1)$, $\bar{a}_2 = (1, 0, 1)$ ja $\bar{a}_3 = (3, 0, 0)$ avaruuden \mathbb{R}^3 .

Oletetaan, että $\bar{b} \in \mathbb{R}$. Nyt $\bar{b} = (b_1, b_2, b_3)$ joillakin $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$.

On selvittävää, onko olemassa luvut $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$, joille pätee

$$x_1 \bar{v}_1 + x_2 \bar{v}_2 + x_3 \bar{v}_3 = \bar{b}.$$

Tästä saadaan välivaiheiden kautta yhtälöryhmä, jonka matriisi on

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 3 & b_1 \\ 2 & 0 & 0 & b_2 \\ 1 & 1 & 0 & b_3 \end{array} \right].$$

Kysymys

Merkitään $\bar{w}_1 = (1, 3, 0)$, $\bar{w}_2 = (-1, 2, 0)$ ja $\bar{w}_3 = (0, 5, 0)$.

- Miltä näyttää vektorien \bar{w}_1 ja \bar{w}_2 virittämä aliavaruus $\text{span}(\bar{w}_1, \bar{w}_2)$?
- Miltä näyttää vektorien \bar{w}_1 , \bar{w}_2 ja \bar{w}_3 virittämä aliavaruus $\text{span}(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$?

Määritelmä

Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_k \in \mathbb{R}^n$. Vektorijono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_k)$ on *vapaa* eli *linearisesti riippumaton*, jos seuraava ehto pätee:

$$\text{jos } c_1 \bar{v}_1 + c_2 \bar{v}_2 + \dots + c_k \bar{v}_k = \bar{0} \quad \text{joillakin } c_1, \dots, c_k \in \mathbb{R},$$

niin $c_1 = 0, c_2 = 0, \dots, c_k = 0$.