

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

17.9.2013

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Kaikkia tehtäviä ei ole vielä kirjattu. Ne valmistuvat huomisaamuksi.
- Kysy ohjaajilta neuvoa kommenttien ymmärtämiseen.
- Tarkistuskriteerit vaihtelevat hieman tarkistajien välillä.
- Muista, että oleellista on oppiminen, ei kukkien saaminen heti ekalla yrityksellä!

Viime viikon tehtävä

Oletetaan, että $s, t \in \mathbb{R}$. Kuuluuko vektori $\vec{b} = (s - 3t, -2s + 2t)$ vektorien $\vec{v}_1 = (1, -2)$ ja $\vec{v}_2 = (-3, 2)$ virittämään aliavaruuteen $\text{span}(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$?

Ongelmia ratkaisussa

- Ratkaistu yhtälöryhmä, mutta ei kerrota, **miksi** sitä ryhdytään ratkaisemaan.
- Yhtälöparin ratkaisu on epätäsmällinen. (Ei vakavaa, sillä tätä ei vielä oltu harjoiteltu.)
- Vedetty oikea johtopäätös, mutta **perustelut** puuttuvat. Miksi pätee $\bar{b} \in \text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$?

Tehtävä

Tutki seuraavissa tapauksissa, onko vektori \bar{a} vektorien $\bar{v}_1 = (1, -2)$ ja $\bar{v}_2 = (-3, 2)$ lineaarikombinaatio. Toisin sanoen selvitä, päteekö $\bar{a} \in \text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$.

(a) $\bar{a} = (-2, 0)$

(b) $\bar{a} = (-3, 0)$.

Vältä turhaa yhtälönratkaisua!

Voisitko käyttää samanlaista ideaa korjatessasi tätä tehtävää?

Oletetaan, että $s, t \in \mathbb{R}$. Kuuluuko vektori $\bar{b} = (s - 3t, -2s + 2t)$ vektorien $\bar{v}_1 = (1, -2)$ ja $\bar{v}_2 = (-3, 2)$ virittämään aliavaruuteen $\text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$?

Onko yhtälöryhmällä ratkaisuja?

Erään yhtälöryhmän matriisista saatiin alkeisrivitoimituksilla seuraavanlainen:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right].$$

Onko yhtälöryhmällä ratkaisuja?

Tehtävä

Seuraavat matriisit vastaavat eräitä yhtälöryhmiä. Millä yhtälöryhmistä on äärettömän monta ratkaisua?

$$A \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$B \left[\begin{array}{ccc|c} 100 & -3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \end{array} \right]$$

$$C \left[\begin{array}{ccc|c} -4 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & \sqrt{2} & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]$$

Äänestä: aktivator.jamo.fi

Milloin vektorit virittävät koko avaruuden?

Virittävätkö vektorit $\bar{a}_1 = (0, 2, 1)$, $\bar{a}_2 = (1, 0, 1)$ ja $\bar{a}_3 = (3, 0, 0)$ avaruuden \mathbb{R}^3 ?