

# Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

4.10.2013

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

# Vektorit

- Virittäminen
- Vapaus
- Kanta
  - ▶ koordinaatit
  - ▶ dimensio
- Pistetulo, normi
- Projektio (tulossa)

# Matriisit

- Laskutoimitukset
- Kääntyvyys
- Yhteys yhtälöryhmien kanssa
- Determinantti
- Ominaisarvot ja -vektorit (tulossa)

# Kysymys

Oletetaan, että  $C$ ,  $D$ ,  $E$  ovat matriiseja.

Mitkä väitteistä ovat tosia?

- A Yhtälö  $CD + ED = D(C + E)$  pätee, kunhan siinä mainitut tulot on määritelty.
- B Jos tulo  $CD$  on määritelty ja tulo  $DC$  on määritelty, niin  $CD$  on neliömatriisi.

Äänestä: [aktivator.jamo.fi](https://aktivator.jamo.fi)

# Matriisikertolasku ja yhtälöryhmät

Yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 3x_1 - \sqrt{2}x_2 - x_3 = 4 \\ -2x_1 + 5x_3 = -\frac{4}{5} \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{bmatrix} 3 & -\sqrt{2} & -1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{4}{5} \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Yhtälöryhmän ratkaisu on

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -\sqrt{2} & -1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{4}{5} \\ 2 \end{bmatrix}.$$

# Matriisikertolasku ja yhtälöryhmät

Entä jos yhtälöryhmän vakioita muutetaan?

$$\begin{cases} 3x_1 - \sqrt{2}x_2 - x_3 = 100 \\ -2x_1 + 5x_3 = \sqrt{7} \\ x_1 - x_2 = -3 \end{cases}$$

Yhtälöryhmän ratkaisu on

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -\sqrt{2} & -1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 100 \\ \sqrt{7} \\ -3 \end{bmatrix}.$$

## Onko matriisi kääntyvä? Mikä on sen käänteismatriisi?

- Jos käänteismatriisi on tarjolla, käytä kääntyvyyden määritelmää.
- Jos käänteismatriisi pitää etsiä, voit käyttää eliminointimenetelmää.
- Determinantin avulla voi selvittää, onko matriisi kääntyvä.  
Käänteismatriisia se ei anna.