Differentiaaliyhtälöt II
Harjoitus 4, syksy 2013

1. Muodosta $\mathbf{R}$:ssä perusjärjestelmä homogeenisysteemille $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t)$, kun

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3\times 3}.$$

2. Muodosta $\mathbf{R}$:ssä perusmatriisi homogeenisysteemille $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t)$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2\times 2}.$$

3. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä.

4. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{bmatrix},$$

käyttäen variointikeinoa. Huomaa että sama A kuin edellisessä tehtävässä.

5. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -\cos t \\ -\sin t \end{bmatrix},$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä.
Ohje. Suoraviivainen lasku johtaa 4×4-kokoiseen lineaariseen yhtälöryhmään.

6. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = e^{3t} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix},$$

käyttäen variointikeinoa. Toisaalta, mikä olisi tässä toimiva suoran yritteen muoto? Huomaa että sama A kuin edellisessä tehtävässä.