

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I 2013

Tehtävät viikolle 39

Alkuviikon tehtävät O1, O2; K1, K2 ja K3

O1 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2} = 2$$

on tosi.

O2 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2} = 1$$

on epätosi.

K1 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+1} = \frac{2}{3}$$

on tosi.

K2 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{3}{n}} = 2$$

on tosi.

K3 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$$

on tosi.

Loppuviikon tehtävät O3, O4; K4, K5 ja K6

O3 (a) Todista seuraava (monisteen) tulos. Jos jono (x_n) suppenee, niin kaikilla $\epsilon > 0$ on olemassa sellainen K , että kaikilla $n > K$ ja $m > K$ pätee $|x_n - x_m| < \epsilon$.

(b) Osoita (a)- kohdan tuloksen avulla, että jono $(-1)^n$ hajaantuu.

O4 Onko mahdollista, että jonot (x_n) ja (y_n) hajaantuvat, mutta jono $(x_n y_n)$ suppenee? Todista tuloksesi!

K4 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n^2 + 2} = 0$$

on tosi.

K5 Osoita, että väite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n^2 + 2} = 1$$

on epätosi

K6 (a) Oletetaan, että $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ja että kaikilla n pätee $|y_n| \leq 7$. Osoita, että $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$

(b) Oletetaan, että $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3$ ja että kaikilla n pätee $|y_n| \leq 7$. Seuraako tästä, että jono $(x_n y_n)$ suppenee?