

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I 2013

Uppgifterna för vecka 39

Uppgifterna för början av veckan O1, O2; K1, K2 och K3

O1 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2} = 2$$

är sant.

O2 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2} = 1$$

inte är sant.

K1 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+1} = \frac{2}{3}$$

är sant.

K2 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{3}{n}} = 2$$

är sant.

K3 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$$

är sant.

Uppgifterna för slutet av veckan O3, O4; K4, K5 och K6

O3 (a) Bevisa följande resultat från kompendiet. Ifall följden x_n konvergerar så finns det för varje $\epsilon > 0$ ett sådant K att för alla $n > K$ och $m > K$ gäller det att $|x_n - x_m| < \epsilon$.

(b) Visa genom att använda resultatet från (a)-delen att följden $(-1)^n$ divergerar.

O4 Är det möjligt att följderna (x_n) och (y_n) skulle divergera medan följden $(x_n y_n)$ skulle konvergera? Bevisa resultatet!

K4 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^2+2} = 0$$

är sant.

K5 Visa att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^2+2} = 1$$

inte är sant.

K6 (a) Anta att $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ och att det för alla n gäller att $|y_n| \leq 7$. Visa att $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$.

(b) Anta att $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3$ och att det för alla n gäller att $|y_n| \leq 7$. Följer det från detta att följden $(x_n y_n)$ konvergerar?