

VEKTORIANALYYSI
LASKUHARJOITUS 6
SYKSY 2012

1. Mikä on funktion $f(x, y) := y^3 - 3x^2y$ suurin ja pienin arvo tason suljetussa yksikkökiekossa $\bar{B}(0, 1)$?

2. Olkoon $D := \mathbf{R}^2 \setminus \{(x, y) \mid x = -2\}$ ja tarkastellaan pintaa $r(D) \subset \mathbf{R}^3$, missä

$$r(x, y) := (x, y, 1/(x + 2) + xe^{-y^2})$$

Esitä tämän normaalivektori ja tangenttitason yhtälö pisteessä a) $r(-1, -1)$, b) $r(3, 2)$.

3. Mikä on funktion $f(x, y) := x(y - 1)$ suurin ja pienin arvo joukossa

$$\{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, -y \leq x \leq y^3\}$$

4. Onko funktiolla

$$h(x, y) := \frac{y}{2x^2 + 2y^2}$$

suurinta tai pienintä arvoa joukossa $\mathbf{R}^2 \setminus \{\bar{0}\}$

5.–6. Lagrangen kertoimia voidaan käyttää myös avaruudessa \mathbf{R}^n , kun $n \geq 3$. Kertoimia koskeva yhtälö on samaa muotoa kuin tapauksessa $n = 2$.

Olkoon $M \subset \mathbf{R}^3$ suorakulmainen särmiö, jonka sivut ovat koordinaattitasojen suuntaiset ja joka on ellipsoidin

$$\left\{ \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{25} + \frac{x_2^2}{4} + \frac{x_3^2}{9} \right\} = 1$$

sisällä. Laske M :n suurin mahdollinen tilavuus.