

VEKTORIANALYYSI  
LASKUHARJOITUS 2  
SYKSY 2012

1. Onko funktiolla  $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{\bar{0}\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$\text{a) } f(x, y) = \frac{x + y^2}{x^2 + |y|}, \quad \text{b) } f(x, y) = \frac{x + y}{|x| + |y|}, \quad \text{c) } f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{|x| + |y|}$$

raja-arvoa origossa? (Epäyhtälöstä  $\sqrt{a^2 + b^2} \leq |a| + |b|$  voi olla apua.)

2. Missä tason osajoukossa on funktio  $f$ ,

$$f(x_1, x_2) = \frac{e^{x_2-1} - 1 + x_1}{x_2 - 1}$$

määritely? Onko funktiolla raja-arvoa pisteessä  $(0, 1)$  ?

3. Onko funktiolla  $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{\bar{0}\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$\text{a) } f(x, y) = \frac{x^2 y^2 + 2x^2 y}{x^4 + y^2}, \quad \text{c) } f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

raja-arvoa origossa?

4. Laske kaikki ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat ( $\partial_1 f(\bar{x})$ ,  $\partial_2 f(\bar{x})$  jne.), kun  $f$  on

a)  $f(\bar{x}) = x_1^2 \sin x_2 + 4x_3 x_1$ ,  $\bar{x} \in \mathbf{R}^3$ ,

b)  $f(\bar{x}) = 5x_1^{x_2}$ , missä  $\bar{x} \in \mathbf{R}^2$ ,  $x_1 > 0$ ,

c)  $f(\bar{x}) = 5x_1^{x_2 x_3}$ , missä  $\bar{x} \in \mathbf{R}^3$ ,  $x_1 > 0$ ,

d) tehtävän 2 funktio määrittelyalueessaan.

5. Muodosta kolmen muuttujan funktion  $f(x, y, z) = x^2 y + \cos(xyz)$  gradientti.

6. Anna esimerkki funktiosta  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ , jolla  $\partial_1 f(x_1, x_2) = 0$  kaikilla  $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$ , mutta joka ei ole jatkuva.