Todennäköisyyslaskennan kurssi, 1. harjoitus (12.–14.9.2012)

1. Tässä tehtävässä A ja B ovat mielivaltaisia tapahtumia, jotka eivät välttämättä ole erillisiä. Todista a-, b-kohdan kaavat käyttämällä tn-mitan (äärellistä) additiivisuutta, eli kaavaa (1.2). Kyseessä olevien tapahtumien erillisyyden voit tarkistaa joko Vennin diagrammien avulla tai muulla tavalla. Tarkista lopuksi, että ns. yhteenlaskukaava (kohta c) on voimassa.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B \setminus A)$,

b) $P(B) = P(A \cap B) + P(B \setminus A)$.

c) $P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$.

2. Perusteellisesti sekoitetusta 52 kortin korttipakasta jaetaan yksi kortti. Millä todennäköisyydellä se on hertta tai kuvakortti (ts. numeroarvoltaan 11, 12 tai 13) tai molempia? (Ks. edellisen tehtävän kaavoja. Jos korttipakka on sinulle outo käsite, löydät siitä selostuksen esim. Wikipediasta.)

3. Noppaa heitetään neljä kertaa. Laske todennäköisyys, että saadaan vähintään yksi kuutonen (Vihje: olisikohan tapahtuman komplementin todennäköisyys helpompi järkeillä?)

4. Noppaa heitetään kerran. Tämän jälkeen lanttia heitetään neljä kertaa, mikäli nopan silmäluku on neljä, mutta muussa tapauksessa lanttia heitetään kolme kertaa. Laske todennäköisyys, että tässä kokeessa lantinheitoissa ei saada yhtään kruunaa. (Vihje: kokonaistodennäköisyys.)

5. Opiskelija K vastaa monivalintatehtävään. Mikäli K tietää oikean vastauksen, hän valitsee sen. Muussa tapauksessa K arvaa yhden tarjolla olevista neljästä vaihtoehdoista umpimähkään. K tietää oikean vastauksen todennäköisyydellä 0.7.

K vastaa monivalintatehtävään oikein. Millä todennäköisyydellä hän todella tietää oikean vastauksen? (Selvennys: tässä kysytään *ehdollista* todennäköisyyttä.)

6. Kulhossa on 100 arpaa, joista 10 on voittoarpaa (ja niillä 90 muulla arvalla ei voita mitään). Poimit kulhosta umpimähkään kolme arpaa. Millä todennäköisyydellä saat täsmälleen kaksi voittoarpaa?

(Vihje: tämän tehtävän voi ratkaista monella hyvin erilaisella tavalla: esim. kombinatoriikan avulla, tai järkeilemällä ja soveltamalla todennäköisyyksien kertolaskusääntöä.)