

Matematiikka tutuksi, Syksy 2012
Helsingin yliopisto, Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Harjoitus 5

1. Laske seuraavien lausekkeiden arvot.

a) $\sum_{d=5}^{15} 3d$ b) $\sum_{f=2}^{102} 31$ c) $\sum_{k=1}^5 \frac{k+1}{k}$

2. Laske sadas termi

a) aritmeettisesta jonosta, jonka ensimmäinen jäsen on 10 ja kolmas jäsen on 13.

b) geometrisesta jonosta, jonka neljäs termi on 10000 ja kuudes termi 8100.

3. Henkilö on töissä eräässä yrityksessä vuodet 2003-2011. Ensimmäisenä vuotena hänen kuukausipalkkansa on 3200e/kk, ja hänen sopimuksensa mukaan palkka nousee vuosittain yhdellä prosentilla. Mikä on henkilön kuukausipalkka vuonna 2011? Kuinka paljon henkilö on yhteensä tienannut yrityksessä viettämänsä 9 vuoden aikana?

4. Osoita induktiolla, että kaava

$$\prod_{k=1}^n \frac{k+1}{k} = n+1$$

on voimassa kaikilla $n \in \{1, 2, \dots\}$.

5. Osoita induktioperiaatetta käyttäen, että $2^n > n^2$, kun $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$.

6. Luentomateriaalissa on todistettu geometrisen jonon summakaava

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 \frac{1-r^{n+1}}{1-r},$$

missä a_1, a_2, a_3, \dots on geometrinen jono, jonka peräkkäisten jäsenten suhdeluku on r . Todista se uudelleen induktiolla luvun n suhteen.