

Matematiikka tutuksi, Syksy 2012
Helsingin yliopisto, Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Harjoitus 2

1. Mitä lukuja seuraaviin joukkoihin kuuluu?

- a) $(\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3\}) \setminus \{2, 3, 4\}$
- b) $\{1\} \cap \{2\} \cap \{3\}$
- c) $(\{6, 7, 8\} \setminus \{7, 8, 9\}) \setminus \{8, 9, 10\}$
- d) $\{6, 7, 8\} \setminus (\{7, 8, 9\} \setminus \{8, 9, 10\})$
- e) $(\{\pi, e, \sqrt{2}\} \setminus \emptyset) \cap \mathbb{Q}$

2. Oletetaan, että $x \in (\{3, 5, 7\} \cup \{8, 7, 5\}) \setminus \{5, 7, 8\}$. Osoita, että tällöin $x \in \{x \in \mathbb{R} : \frac{x+1}{2} = 2\}$.
Mitä olet osoittanut?

3. Osoita seuraava de Morganin laki: Millä tahansa joukoilla A , B ja C pätee $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. Piirrä tilanteesta Vennin diagrammi.

Vinkki: Muistele, miten joukot näytetään samoiksi ja vilkaise luentomateriaalista hieman vastaavaa todistusta.

4. Mitkä seuraavista säännöistä määrittelevät funktion? Perustele.

- a) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) =$ se reaaliluku y , jolla pätee $y^2 = x$.
- b) $j: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $j(x) =$ se reaaliluku y , jolla pätee $x^2 = y$.
- c) $f: [0, 24] \rightarrow [-100, 100]$, $f(t) =$ Suomen keskilämpötila t tunnin kuluttua keskiyöstä.
- d) $g: [-100, 100] \rightarrow [0, 24]$, $g(x) =$ Keskiyöstä kuluneiden tuntien määrä, kun Suomen keskilämpötila on x .

5. Keksi jokin funktio $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, joka

- a) ei ole injektio eikä surjektio
- b) ei ole injektio, mutta on surjektio
- c) on injektio, muttei surjektio
- d) on bijektio.

6. Osoita, että funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + 3$ on

- a) injektio.
- b) surjektio.