

Matematiikan sovelluksia, syksy 2012  
6. harjoitus 16.11.2012

1. Osoita, että

$$\|f\|_1 = \int_0^T |f(t)| dt$$

on normi avaruudessa

$$C([0, T]) = \{f : [0, T] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ on jatkuva} \}$$

2. Tarkastellaan funktioita:

$$f_1(t) = e^{int} \quad , \quad t \in [0, 2\pi] \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$$
$$f_2(t) = e^{imt} \quad , \quad t \in [0, 2\pi] \quad , \quad m \in \mathbb{Z}$$

Laske:

$$\int_0^{2\pi} f_1(t) \overline{f_2(t)} dt$$

sekä

$$\|f_1\|_2$$

3. Laske tehtävän 2 avulla:

$$\int_0^{2\pi} \sin(nt) \sin(mt) dt \quad , \quad n, m \in \mathbb{Z}$$

Vihje kirjoita  $\sin(nt)$  Eulerin kaavan avulla. (Katso vaikka 1.laskarit).

4. Etsi tason piste  $X = (X_1, X_2) \in \mathbb{R}^2$ , joka on suoralla

$$2X_1 + X_2 = 2$$

ja jolle  $\|X\|_1$  on pienin mahdollinen.

Eli ratkaise:

$$\min_{2X_1 + X_2 = 2} \{|X_1| + |X_2|\}$$