

Matematiikan sovelluksia, syksy 2012  
1. harjoitus 21.9.2012

1. Johda seuraavat identiteetit:

$$(a) \cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$(b) \sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

2. Selitä kuvalla, miten lukujen  $Z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$  ja  $Z_2 = r_1 e^{i\theta_2}$  tulo  $Z_1 Z_2$  on esitetävissä tason vektorina.

3. Kun  $r \in \mathbb{C}$ , osoita Eulerin kaavaa käyttämällä, että

$$\frac{d}{dt} e^{rt} = r e^{rt}$$

4. Voidaanko matriisi

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

esittää muodossa  $A = V D V^{-1}$ , jolle pätee  $V^{-1} = V^T$  ja  $D$  on diagonaalimatriisi.

(Vihje: Laske  $A^2$ ).

5. Laske annetuille matriiseille  $V$  ja  $D$  seuraavat toimitukset:

$V D V^{-1}$ ,  $V V^T$  ja  $V^T V$ , missä

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$