

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Harjoitus 8, 9.11.2012

1. Todista suoraan derivaatan määritelmän avulla, että

$$D\frac{1}{x^2} = -\frac{2}{x^3} \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

2. Muodosta käyrän

$$y = \frac{x^5}{x^3 + x^2 + 1}$$

pisteeseen $(2, \frac{32}{13})$ piirretyn tangenttisuoran yhtälö.

3. Muodosta ellipsin $x^2 + xy + y^2 = 3$ pisteeseen $(-1, -1)$ piirretyn tangenttisuoran yhtälö. (Neuvo: ratkaise y x :n funktiona pisteen $(-1, -1)$ ympäristössä.)
4. Määritä funktion $f(x) = |x^3|$ kaikkien kertalukujen derivaattafunktiot. (Neuvo: origoderivoituvuutta tutkittaessa on sovellettava määritelmää.)
5. Muodosta funktion $f(x) = x^4 + 2x^2 + 5x$ differentiaalikehitelmä pisteessä $x_0 = 1$. Laske muutosarvot $f'(1)h$ h :n arvoilla $0,1$ ja $0,01$ ja pohdi sopivin laskuin, kuinka hyvin ne (kokoluokassa h) kuvaavat f :n muutosta df argumentin muutoksella $dx = h$.
6. Olkoon $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ja $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$. Missä pisteissä $x \in \mathbb{R}$ yhdistetty kuvaus $f \circ g$ on derivoituva? Laske sen derivaatta näissä pisteissä ketjusäännön avulla.