

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin kurssi  
Harjoitus 6, 19.10.2012

- Henkilö saa  $a$  euroa rahaa. Hän laittaa  $k$  prosenttia ( $0 < k < 100$ ) rahoista säästöön ja ostaa lopuilla hyödykkeitä joltain toiselta henkilöltä. Tämä laittaa säästöön samat  $k$  prosenttia saaduista rahoista ja ostaa lopuilla hyödykkeitä joltain toiselta, joka laittaa säästöön taas  $k$  prosenttia j.n.e.
  - Osoita, että säästöön laitettujen rahojen summa on  $a$  euroa.
  - Olkoon  $a = 5000$  ja  $k = 25$ . Kuinka monella eurolla yhteensä hyödykkeitä ostetaan? Tämä havainnollistaa tulojen kasvun *kerennaisvaikutusta* talouteen Keynesin talousmallissa.
- Tutki seuraavien sarjojen suppenemista: a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+n+1}{n^5+n^2}$ , b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6+1}{n^7+1}$ .
- Millä vakion  $a$  positiiviarvoilla sarja  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{599}}{(1+a)^n}$  suppenee?
- Osoita, että sarja  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-\frac{1}{2})^n}{\sqrt[3]{n^2}}$  hajaantuu.
  - Osoita, että sarja  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n} + n^2}{5^n + n}$  suppenee.(Vihje: Minorantti- ja majoranttiperiaatteet.)
- Tutki sarjan  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k + 3^k - 4^k}$  suppenemista.
- Osoita sarja
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right)$$

suppenevaksi ja määritä sen summa suoraan määritelmän avulla tutkimalla sarjan osasummia.

Huom. Kurssikoe 1 on ti 30.10. klo 10-12 päärakennuksen salissa 5. Koealue on harjoitusten 1-6 aihepiiri eli verkkomonisteen sivut 1-48. Maanantain 29.10. luennolla kerrataan koealuetta ja tiistain 30.10. luennolla kokeen jälkeen esitetään koetehtävien ratkaisut.