

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Harjoitus 4, 5.10.2012

1. Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 10} (2x + 1)$ suoraan määritelmää soveltaen.

2. Laske raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - x - 24}{x^3 - 27} \right)$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - x - 24}{x^3 - 27} \right)$ ja c) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^3 - x - 24}{x^3 - 27} \right)$.

(Neuvo: c-kohdassa tarvitset polynomien jakolaskua osoittajan ja nimittäjän tekijöihin jakamisessa.)

3. Funktiosta f tiedetään, että

$$\frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{2x} \leq f(x) < \frac{\sqrt{x^2 + x}}{2x},$$

kun $x < -1$. Laske $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

4. Laske raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ ja

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16} \right)$.

5. Tutki raja-arvojen $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ja $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ olemassaoloa, kun

$$f(x) = \frac{|x - 2|}{x^2 + x - 6}.$$

6. Osoita, että lauseke

$$f(x) = \frac{(x^5 + 2x)\sqrt{x^2 + x + 1}}{|x^3| + 1}$$

määrittelee jatkuvan funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.