Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Harjoitus 2, 21.9.2012

1. Luettele kaikki bijektiot $f : A \to A$ ja niiden käänteisbijektiot f^{-1}, kun $A = \{1, 2, 3\}$.

2. Osoita kuvaus $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$,

$$f(x) = \frac{2}{x-1},$$

bijektioksi ja määritä sen käänteisbijektio.

3. Tutki suoraan määritelmän avulla tehtävässä 2 määritellyn kuvauksen f monotonisuutta $\mathbb{R} \setminus \{1\}$:n osajoukoissa. (Eli ts. tutki f:n rajoittumafunktioiden monotonisuutta.)

4. Joukon X relaatio R on preferenssirelaatio, jos se on täydellinen ja transitiivinen eli jos se toteuttaa seuraavat ehdot (a) ja (b):
(a)$\forall x, y \in X : xRy$ tai yRx (täydellisyys)
(b)$\forall x, y, z \in X : xRy$ ja $yRz \Rightarrow xRz$ (transitiivisuus).
Tutki, onko joukon $X = [-1, 1]$x$[0, 2]$ relaatio

$$(x, y)R(u, v) \Leftrightarrow 5x + 2y \geq 5u + 2v$$

preferenssirelaatio. Entä X:n relaatio

$$(x, y)R(u, v) \Leftrightarrow u \geq x?$$

5. Piirrä xy-tasoon joukon $\mathbb{R}$ relaatio $x^2 + 6x + y^2 - 4y = -12$ ja esitä se kahden funktion kuvaajien yhdisteenä. (Neuvo: neliöksi täydennys on avuksi.)

6. Todista induktiolla, että $n! > n^2$, kun $n \geq 4$.