

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin kurssi  
Harjoitus 12, 7.12.2012

1. Laske raja-arvot

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{x}\right)^{3x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{x}$ , missä  $a$  on vakio.

2. Ratkaise epäyhtälöt  $\cos x < \cot x$  ja  $\sin 2x > \cot x$ .

3. Muokkaa kaavojen  $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$  avulla lauseke  $\cos^4 2x - \sin^4 x$  summaksi, jossa esiintyy vain muotoa  $\cos(ax)$  olevia termejä vakiokertoimin. (Huom! Mahdollinen vakiotermin  $c$  on sekin tätä muotoa, sillä  $c = c \cos(0x)$ . Tehtävän tulos auttaisi lausekkeen integroinnissa.)

4. Määritä funktion  $f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$  lokaalit ääriarvokohdat ja kuvajoukko  $f(\mathbb{R})$ .

5. Sievennä apukolmioiden avulla lausekkeet  $\cot \overline{\arcsin} x$  ja  $\cos \overline{\arctan} x$  sopivilla  $x$ .

6. Käytävässä on suora kulma ja käytävän leveys on ennen kulmaa  $a$  ja kulman jälkeen  $b$ , jotka oletetaan hyvin pieniksi verrattuina käytävän osien pituuteen. Kuinka pitkän ohuen terästangon voi vaakatasossa pittää viedä kulman läpi?

Huom. Kurssikoe 2 on pe 14.12. klo 13-15 päärakennuksen salissa 5. Koealue on harjoitusten 7-12 aihepiiri eli verkkomonisteen sivut 48-106. Koeviikon 50 luennoilla kerrataan koealuetta ja pohjustetaan kevään jatkokurssin aloitusta sopivin esitiedoin.