

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Harjoitus 11, 30.11.2012

1. a) Määritä Newtonin menetelmällä yhtälön $x^3 + x + 1 = 0$ juuren kaksidesimaalinen likiarvo.
b) Määritä luku a niin, että sovellettaessa Newtonin menetelmää alkuarvolla $x_1 = \frac{1}{3}$ yhtälön $-x^4 + x^2 + a = 0$ likimääräiseen ratkaisemiseen tuloksena on lukujen $\frac{1}{3}$ ja $-\frac{1}{3}$ vuorotellen muodostama jono.
2. Määritä funktion $f(x) = x^5 e^{-x}$ suurin arvo ja origokeskinen potenssisarjaesitys.
3. Laske raja-arvot
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x^8} - 1}{e^{x^8} - 1} \right)$
 - b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{1+x^8}}{e^{ax}} \right)$, missä $a > 0$ on vakio.
4. Mikä on reaalifunktion $f(x) = \ln(x - 5x^4)$ laajin mahdollinen määrittelyjoukko A ? Määritä kuvajoukko $f(A)$.
5. Laske $f'(2)$, kun
$$f(x) = \left(\frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}.$$
6. Osoita, että $e^x - e^y > x - y$, kun $x > y > 0$ ja $e^x - e^y < x - y$, kun $0 > x > y$.