

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Harjoitus 1, 14.9.2012

1. Merkitään $2\mathbb{Z} + 7\mathbb{Z} = \{2n + 7m \mid n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}\}$. Osoita, että

$$2\mathbb{Z} + 7\mathbb{Z} = \mathbb{Z}.$$

2. Todista de Morganin säännöt $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ ja $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
3. Tarkastellaan kaikkia ehdon

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

toteuttavia kuvauksia $f : A \rightarrow B$, missä A ja B ovat \mathbb{R} :n osajoukkoja. Määritä laajin mahdollinen A ja tähän A :han liittyvä suppein mahdollinen B ja osoita, että näillä A ja B saatu f on bijektio.

4. Luettele kaikki injektiot $f : \{1, 2\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$ ja kaikki surjektiot $f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2\}$.
5. Esitä funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)^3$, yhdistettynä kuvauksena. Koeta löytää äärettömän monta tapaa tehdä se! (Vihje: Voit esim. esittää eksponentin 3 tulona äärettömän monella tavalla ja käyttää sopivaa potenssisääntöä, jonka tässä saa pitää tunnettuna. Toinen tapa: kehitä polynomiksi ja jaa osiin vakiotermejä 1.)
6. Osoita, että kahdesta injektioista yhdistetty funktio on injektio ja kahdesta surjektioista yhdistetty funktio on surjektio.