Joulukalenteri 2012

Ratkaise kunkin päivän tehtävä ja mene osoitteeseen

> `http://www.cs.helsinki.fi/u/jhasa/kurssit/joulukalenteri_2012/linis_luukku[numero]_[vastaus].html`

missä hakasulkeisiin tulee täydentää luukun numero ja tehtävän vastaus. Esimerkiksi jos 5. päivän vastaus on 32, oikean osoitteen loppuosaksi tulee "`.../linis_luukku5_32.html`".

Tehtävät

1.12. Tutkitaan avaruuden $\mathbb{R}^4$ aliavaruutta $W = \operatorname{span}((1,-1,1,1),(0,1,2,3))$. Mikä seuraavista vektoreista on ortogonaalisessa komplementissa $W^\perp$?

1. $(1,1,1,0)$
2. $(3,2,-1,0)$
3. $(5,5,1,-1)$

Vastauksesi annetaan oikean vaihtoehdon numero.

2.12. Määritellään avaruuden $\mathbb{R}^2$ sisätulo kaavalla $\langle \bar{v}, \bar{w} \rangle = 3v_1w_1 + v_2w_2$ ja tutkitaan aliavaruutta $U = \operatorname{span}((-3,1))$. Mikä seuraavista vektoreista on ortogonaalisessa komplementissa $U^\perp$?

1. $(1,3)$
2. $(-2,-18)$

Vastauksesi annetaan oikean vaihtoehdon numero.

3.12. Merkitään $W = \operatorname{span}((2,-2,1),(-1,1,4))$ ja $\bar{v} = (1,2,3)$. Määritä vektorin $\bar{v}$ kohtisuora projektio aliavaruudelle W. Mitä sinun tulee tarkistaa ennen projektion määrittämistä? Joulukalenterin luukun voi avata projektiovektorin kolmannella komponentilla.

4.12. Jatkoa edelliseen tehtävään. Kirjoita vektori $\bar{v}$ summana kahdesta vektorista, joista toinen on aliavaruuden W ja toinen aliavaruuden $W^\perp$ alkio. Joulukalenterin luukun voi avata aliavaruuden $W^\perp$ alkion kolmannella komponentilla.

5.12. Pitääkö seuraava väite paikkansa? Yhtä ominaisarvoa voi vastata äärettömän monta eri ominaisvektoria. (K=kyllä, E=ei.)

6.12. Pitääkö seuraava väite paikkansa? Jos 3×3-matriisilla on vain yksi ominaisarvo, matriisi ei voi olla diagonalisoituva. (K=kyllä, E=ei.)

7.12. Tutkitaan lineaarikuvausta

$$L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathcal{P}, \quad L(a,b,c) = (a+b)x^3 + (-b+c)x + (a+c).$$

Mikä on ytimen $\operatorname{Ker} L$ dimensio? (Vastaukseksi annetaan dimensio numeroin kirjoitettuna.)

8.12. Tutkitaan lineaarikuvausta

$$L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4, \quad L(a,b,c) = (3a+2b,\ -10b+c,\ a-5c,\ a+5c).$$

Olkoon A lineaarikuvauksen matriisi. Määritä $A(4,3)$ eli matriisin neljännen rivin kolmas alkio.

9.12. Mikä seuraavista on matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ominaisarvo?

1. 3
2. -1
3. 6

Vastauksesi annetaan oikean vaihtoehdon numero.

10.12. Mikä seuraavista on matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ominaisvektori?

1. $(-1,1,1)$
2. $(1,1,1)$
3. $(2,0,0)$

Vastauksesi annetaan oikean vaihtoehdon numero.

11.12. Mikä seuraavista matriiseista on aliavaruudessa span $\left(\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1 & 0\\-1 & 1\end{bmatrix}\right)$?

1. $\begin{bmatrix}-1 & 1\\2 & -1\end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix}-1 & 1\\2 & 0\end{bmatrix}$

Vastauksesi annetaan oikean vaihtoehdon numero.

12.12. Mikä seuraavista jonoista on vapaa?

1. $\left(\begin{bmatrix}-1 & 1\\2 & -1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}-3 & 3\\6 & -3\end{bmatrix}\right)$
2. $(\bar{v}, \bar{w}, \bar{v})$, missä $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^4$
3. $(2x^2,\ 4x-1,\ x^2+5)$

Vastauksesi annetaan oikean vaihtoehdon numero.

Joulukalenteri päättyy tähän. Hyvää joululomaa!