Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

5.9.2012

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Käytännön asioita

- Kurssin sisällöstä: Kurssi käsittelee vektoreita ja niihin liittyviä asioita. Tarkempi lista käsiteltävistä asioista löytyy kurssisivulta.
- Tarkistetut tehtävät ovat noudettavissa viimeistään keskiviikkoaamuna. (Todennäköisesti tehtävät saadaan tarkistettua jo ennen tätä.)

Suora

Määritelmä

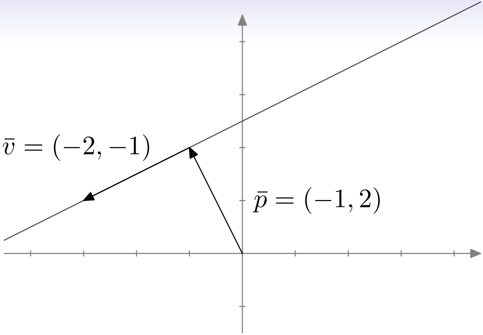
Oletetaan, että $n = 2$ tai $n = 3$. Avaruuden $\mathbb{R}^n$ *suora* on joukko

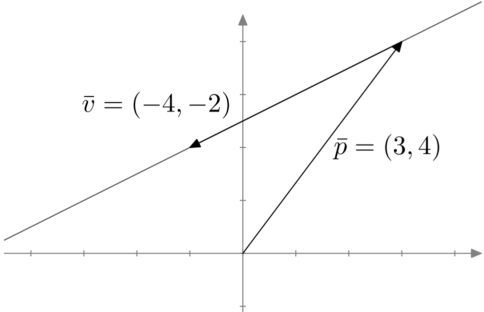
$$\{\bar{p} + k\bar{v} \mid k \in \mathbb{R}\},$$

missä $\bar{p} \in \mathbb{R}^n$ ja $\bar{v} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\bar{0}\}$.

Esimerkki

Miltä näyttää suora
$S = \{(-1, 2) + k(-2, -1) \mid k \in \mathbb{R}\}$?


$\bar{v} = (-2, -1)$
$\bar{p} = (-1, 2)$


$\bar{v} = (-4, -2)$
$\bar{p} = (3, 4)$

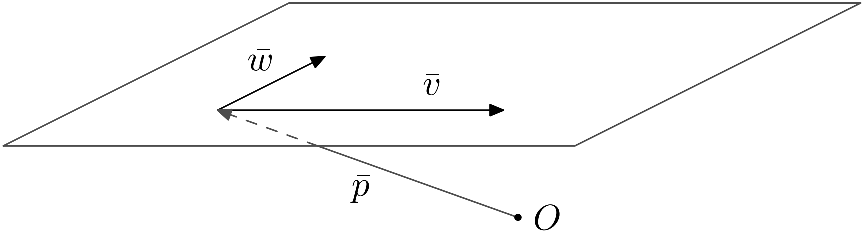
Suora voidaan kirjoittaa monella eri tavalla

- vektoriksi $\bar{p}$ voidaan valita suoran minkä tahansa pisteen paikkavektori.
- vektoriksi $\bar{v}$ voidaan valita mikä tahansa suoran suuntainen vektori.

Esimerkki

Kirjoitetaan muodossa $\{\bar{p} + k\bar{v} \mid k \in \mathbb{R}\}$ suora, joka kulkee pisteiden $A = (-1, 5)$ ja $B = (2, 2)$ kautta.

Taso



Taso

Määritelmä

Avaruuden $\mathbb{R}^3$ *taso* on joukko

$$\{\bar{p} + s\bar{v} + t\bar{w} \mid s, t \in \mathbb{R}\},$$

missä $\bar{p} \in \mathbb{R}^3$, $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^3 \setminus \{\bar{0}\}$ ja vektorit $\bar{v}$ ja $\bar{w}$ eivät ole yhdensuuntaiset.

Yhdensuuntaisuus

Määritelmä

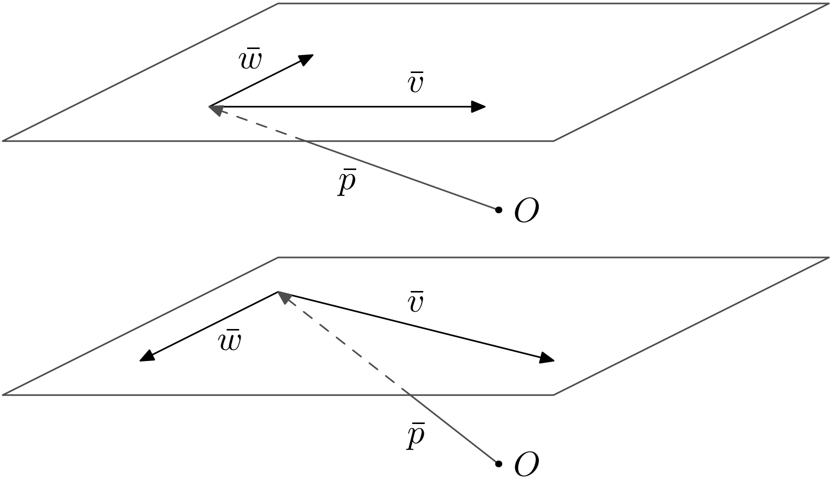
Vektorit $\bar{v} \in \mathbb{R}^n$ ja $\bar{w} \in \mathbb{R}^n$ ovat *yhdensuuntaiset*, jos $\bar{v} = r\bar{w}$ jollakin $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Esimerkki

Määritetään pisteiden

$$\begin{aligned} A &= (0, 1, 0), \\ B &= (-1, 3, 2) \quad \text{ja} \\ C &= (-2, 0, 1) \end{aligned}$$

kautta kulkeva taso T.


$\bar{w}$
$\bar{v}$
$\bar{p}$
O
$\bar{v}$
$\bar{w}$
$\bar{p}$
O

Taso voidaan kirjoitta monella eri tavalla

- Vektoriksi $\bar{p}$ voidaan valita tason minkä tahansa pisteen paikkavektori.
- Vektoreiksi $\bar{w}$ ja $\bar{v}$ voidaan valita mitkä tahansa tason suuntaisen vektorit, kunhan $\bar{w}$ ja $\bar{v}$ eivät ole yhdensuuntaiset.

Vektorien laskusääntöjä

Lause 1

Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in \mathbb{R}^n$ ja a, $c \in \mathbb{R}$. Tällöin

(a) $\bar{v} + \bar{w} = \bar{w} + \bar{v}$ (vaihdannaisuus)

(b) $(\bar{u} + \bar{v}) + \bar{w} = \bar{u} + (\bar{v} + \bar{w})$ (liitännäisyys)

(c) $\bar{v} + \bar{0} = \bar{v}$

(d) $\bar{v} + (-\bar{v}) = \bar{0}$

(e) $c(\bar{v} + \bar{w}) = c\bar{v} + c\bar{w}$ (osittelulaki)

(f) $(a + c)\bar{v} = a\bar{v} + c\bar{v}$ (osittelulaki)

(g) $a(c\bar{v}) = (ac)\bar{v}$

(h) $1\bar{v} = \bar{v}$