

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Syksy 2012
Harjoitus 1

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: pe 7.9.2012 klo 18.00
Korjausten viimeinen palautuspäivä: pe 21.9.2012 klo 18.00

Ohjausta tehtävien tekoon saa pajasta (sali C323).

Tehtäväsarja I

Merkitään $\bar{a} = (-3, 0)$, $\bar{b} = (2, 3)$ ja $\bar{c} = (-2, -1)$.

- Piirrä kuva, jossa havainnollistat näitä avaruuden \mathbb{R}^2 vektoreita
 - koordinaatiston pisteinä
 - koordinaatiston pisteiden paikkavektoreina.
- Piirrä kuva, jossa havainnollistat vektoreita \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} suuntajanoina, joiden lähtöpiste on $P = (-2, -3)$.
- Lue edellisessä tehtävässä piirtämästäsi kuvasta vektorien \bar{a} , \bar{b} ja \bar{c} kärkipisteet. Millä tavalla voisit määrittää kärkipisteet ilman kuvaa?
- Laske seuraavat vektorit ja havainnollista laskutoimituksia piirroksilla:

$$(a) \bar{a} + \bar{b} \qquad (b) \bar{b} - \bar{c} \qquad (c) \bar{c} - \bar{a}.$$

- * Havainnollista kuvalla lineaarikombinaatiota $\bar{w} = -2\bar{a} + 4\bar{c}$. Määritä piirroksesi $\bar{w} = (w_1, w_2)$.

Tehtäväsarja II

Olkoon $P = (1, 0)$ ja $\bar{v} = (-1, 3)$. Tarkastellaan vektorin \bar{v} suuntaista suoraa S , joka kulkee pisteen P kautta.

- Kirjoita suora S muodossa $\{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$.
- Määritä jotkin kaksi pisteestä P poikkeavaa pistettä, jotka ovat suoralla S .
- * Piirrä suora S koordinaatistoon.

Merkitään $A = (2, 3, 6)$ ja $B = (4, -7, -3)$. Tarkastellaan suoraa S , joka kulkee pisteiden A ja B kautta.

- Kirjoita suora S muodossa $\{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$.

10. Määritä suoran ja xy -tason leikkauspiste.

Merkitään $A = (1, 1, 1)$, $B = (4, 0, 2)$ ja $C = (0, 1, -1)$. Tarkastellaan tasoa T , joka kulkee pisteiden A , B ja C kautta.

11.* Kirjoita taso T muodossa $\{\bar{p} + s\bar{w} + t\bar{v} \mid s, t \in \mathbb{R}\}$.

Tehtäväsarja III

Valitse seuraavista tehtävistä toinen. Ensimmäinen tehtävistä käsittelee kurssin ydinasioita, ja toinen on hieman haastavampi tehtävä. Voit toki tehdä molemmat tehtävät, mutta vain toisen tekemisestä saa lisäpisteen.

12. Oletetaan, että $n \in \{1, 2, \dots\}$ ja $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}^n$. Käytä luentomateriaalin lauseessa 2.5 lueteltuja vektoreiden yhteenlaskun ja skalaarilla kertomisen ominaisuuksia ja sievennä lauseke

$$2(2\bar{b} + 3\bar{a}) + 4(\bar{a} - \bar{b}).$$

Tunnista ja merkitse näkyviin, mitä ominaisuuksista 1–8 käytät.

13. Tutkitaan suoraa $S = \{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$, missä $\bar{p}, \bar{v} \in \mathbb{R}^n$. Oletetaan, että $\bar{q} \in S$ ja vektori \bar{w} on yhdensuuntainen vektorin \bar{v} kanssa. Osoita, että

$$S = \{\bar{q} + t\bar{w} \mid t \in \mathbb{R}\}.$$

Mitä tulit todistaneeksi?

Vihje: Esimerkistä 3.4 on apua.