

Henkivakuutusmatematiikka 24.1.2013

1. Lainan määrä on 1000 euroa ja laina-aika 4 vuotta. Laina nostetaan hetkellä 0 ja maksetaan takaisin tasaerinä hetkinä 1, 2, 3 ja 4. Vuosikorko on 3%.

Heti ensimmäisen erän suorittamisen jälkeen lainaan tehdään seuraava muutos. Hetkellä 2 maksetaan pelkästään korot. Hetkinä 3 ja 4 laina maksetaan takaisin kahtena tasaeränä. Määrää kaikkien 4 erän suuruudet.

2. Yhtiö on estimoinut kuolevuuden kilpailevien kuolinsyiden teorian mukaisesti olettaen, että hypoteettiset syittäiset elinajat ovat toisistaan riippumattomia. Kuolinsyitä on kaksi: sairauteen kuoleminen tai tapaturmaan kuoleminen. Sairauteen liittyvä kuolevuus on be^{cx} iässä $x \geq 0$ ja tapaturmiin liittyvä kuolevuus a , missä a, b ja c ovat positiivisia vakioita.

a) Määrää x -ikäisen jäljellä olevan elinajan kertymäfunktio.

b) Määrää todennäköisyys sille, että x -ikäinen kuolee tapaturmaisesti.

3. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ jatkuvia positiivisia funktioita. Olkoon vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä ja vakuutuskausi n vuotta. Tarkastellaan seuraavaa vakuutusta, jossa vakuutettu maksaa kertamaksun P sopimuksen tekohetkellä. Jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n , maksetaan edunsaaajille korvauksena maksettu vakuutusmaksu P kuolinhetkellä. Muussa tapauksessa hetkellä n maksetaan vakuutetulle summa S . Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen P , kun elämänvarasumma S on annettu. Osoita erityisesti, että P on aina positiivinen.

4. Kahden hengen elämänvaravakuutus on voimassa n vuotta. Henkilöiden iät ovat x_1 ja x_2 . Korvauksena maksetaan summa S_i , jos vain x_i -ikäinen on elossa vakuutuksen päätyttyä, $i = 1, 2$. Jos molemmat ovat elossa, maksetaan summa S . Määrää vakuutuksen nettokertamaksu suureiden $A_{x_1, \dots, x_k : \overline{m}}(V)$ avulla. Vakuutettujen elinajat oletetaan toisistaan riippumatomiksi.

5. Tarkastellaan sairausvakuutusta, jossa yhtiö maksaa aikavälillä $(0, 1)$ vakuutetulle jatkuvaa korvausta intensiteetillä $\bar{S}$ vakuutetun ollessa sairas. Mallinnetaan vakuutetun tila Markov-prosessiksi, jossa mahdollisia tiloja ovat 'terve' ja 'sairas' (kuolevuus tarkasteltavalla ikävälillä oletetaan nollassa). Oletetaan, että terve sairastuu intensiteetillä σ ja että sairas paranee intensiteetillä τ , missä σ ja τ ovat positiivisia vakioita. Olkoon korkoutuvuus δ positiivinen vakio. Oletetaan, että vakuutettu on terve hetkellä $t = 0$.

Oletetaan, että vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti intensiteetillä $\bar{P}$ vakuutetun ollessa terve. Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen $\bar{P}$.

Henkilövalokuvien suhteellinen kukaan 24.1. - 13

$$1. \quad L = B a_4 \Rightarrow 1. \text{ ei on } \frac{(1-v)L}{v(1-v^4)} \approx 269, \quad v = \frac{1}{1.03}$$

$$L_1 = B a_3 = \frac{v B (1-v^3)}{1-v} \approx 761 \Rightarrow 2. \text{ ei} = 0.03 L_1 \approx 23$$

$$L_2 = L_1 \Rightarrow 3. \text{ ja } 4. \text{ ei} = \frac{(1-v)L_2}{v(1-v^4)} \approx 398$$

$$2. \quad \text{Kokonaistulot} = M(x) = a + b e^{cx}$$

$$a) \quad P(T(x) \leq t) = 1 - e^{-\int_0^t M(x+s) ds} = 1 - e^{-at - \frac{b}{c} e^{cx} (e^{ct} - 1)}$$

$$b) \quad \int_0^{\infty} P(T(x) > t) \cdot a dt = a \int_0^{\infty} e^{-at - \frac{b}{c} e^{cx} (e^{ct} - 1)} dt$$

$$3. \quad \text{Korvausten nykyarvo on } P e^{-\int_0^T f(s) ds} \mathbb{I}(T \leq n) + e^{-\int_0^n f(s) ds} P \mathbb{I}(T > n)$$

$$\Rightarrow P = P \int_0^n e^{-\int_0^t f(s) ds} e^{-\int_0^t M(x+s) ds} M(x+t) dt + \int_0^n e^{-\int_0^t f(s) ds} e^{-\int_0^t M(x+s) ds}, \text{ josta } P \text{ ratkaistaan}$$

$$P = \frac{\int_0^n A_{x+t:n}(V)}{1 - A_{x:n:n}(K)}. \quad P \text{ on } \text{pari kuukauden korko}$$

$$A_{x:n:n}(K) < \int_0^{\infty} M(x+t) e^{-\int_0^t M(x+s) ds} dt = 1.$$

4. eläkesäännöt x_1 x_2 x_1, x_2

$$G_{x_1} = S_1$$

$$G_{x_2} = S_2$$

$$G_{x_1} + G_{x_2} = G_{x_1+x_2} = S \Rightarrow G_{x_1+x_2} = S - S_1 - S_2$$

$$\Rightarrow P = S_1 A_{x_1:n:n}(V) + S_2 A_{x_2:n:n}(V) + (S - S_1 - S_2) A_{x_1+x_2:n:n}(V)$$

5. Näy. 11, tehtävät 2 ja 3.