

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 9, 26.11.2012

1. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö korvaa vakuutetulle määrän $S = 100$ kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä $2n = 20$. Vakuutettu on x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä nolla ja maksaa vakuutuksen kertamaksuna. Hetkellä n vakuutettu muuttaa vakuutusta siten, että yhtiö maksaa määrän $S/2$ kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä $2n$ ja summan $S/2$ hetkellä $2n$, jos vakuutettu on tällöin elossa. Vakuutusmaksu maksetaan hetkestä n lähtien jatkuvana vakiosuuruisena koko vakuutuskauden ajan. Olkoot korkoutuvuus $\delta = 0.04$ ja kuolevuus $\mu = 0.01$ vakioita. Määrää muutoksen jälkeinen maksuintensiteetti.

2. Elämänvaravakuutuksen (mahdollinen) korvaus kauden lopussa on $S = 100$. Olkoot kuolevuus $\mu = 0.02$ ja korkoutuvuus $\delta = 0.03$ vakioita ja vakuutuskauden pituus $n = 20$. Vakuutusmaksua maksetaan jakuvasti koko vakuutuskauden ajan eräällä intensiteetillä \bar{B} . Vakuutuksen hoitamisesta aiheutuvien liikekulujen oletetaan olevan 10 prosenttia bruttovakuutusmaksusta ja vakuutuksen perustamiskustannusten 9 prosenttia vakuutussummasta S .

a) Määrää \bar{B} . (Vastausehdotus: $\bar{B} \approx 4$).

b) Vakuutettu haluaa puolittaa vakuutusmaksun tason hetkellä 10. Vakuutussumma S muutetaan tätä vastaavaksi. Mikä on uusi vakuutussumma.

3. Elämänvaravakuutuksesta korvataan hetkellä n summa S , jos vakuutettu on tällöin elossa. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ positiivisia vakioita. Vakuutus alkaa hetkellä $t = 0$. Yhtiö sisällyttää vakuutusmaksuun kuormituserän sijoitustoiminnan hoitamisesta aiheutuvia kuluja varten. Näitä oletetaan syntyvän intensiteetillä $\gamma V(t)$ hetkellä $t \geq 0$, missä $\gamma \in (0, \mu + \delta)$ on vakio ja $V(t)$ on vastuovelka hetkellä t . Vakuutus maksetaan n tasaeränä vuosittain etukäteen. Määrää vakuutuksen bruttovuosimaksu.

4. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvataan kuolinvuoden lopussa summa S , jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n . Olkoot i ja μ ensimmäisen ja i_1^*, \dots, i_n^* ja μ^* toisen kertaluvun perusteet (korkoutuvuus on vakio ensimmäisen kertaluvun perusteessa). Vakuutusmaksuna maksetaan vuosittain etukäteen ekvivalenssiperiaatteen mukainen määrä $P^{(1)}$ koko vakuutuskauden ajan. Olkoon edelleen $V(k)$ elossa olevan vakuutetun vastuovelka hetkellä k juuri ennen $(k+1)$. maksuerän $P^{(1)}$ suorittamista, $k = 0, 1, \dots, n-1$ (ensimmäisen kertaluvun peruste). Vakuutettu on x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Kirjoita vuoden k satunnaisylijäämä ja tämän toisen kertaluvun perusteilla laskettu odotusarvotason vastine hetkellä $k-1$ elossa olevalle vakuutetulle, $k = 1, \dots, n$. Todista, että viimeksi mainittu on

$$(i_k^* - i) \left(V(k-1) + P^{(1)} \right) - (q_{x+k-1}^* - q_{x+k-1})(S - V(k)).$$

5. (jatkoa) Olkoot $P^{(1)*}$ ja $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^*$ toisen kertaluvun perusteilla määrätty ekvivalenssiperiaatteen mukainen vuosimaksu ja n vuoden yksikköeläkkeen pääoma-arvo. Osoita, että odotusarvotasolla kumuloitunut ylijäämä hetkellä n on

$$(1 + i_1^*) \cdots (1 + i_n^*) \left(P^{(1)} - P^{(1)*} \right) \ddot{a}_{x:\overline{n}|}^*.$$