

**Huom.** Tenttijällä saa olla A4-arkin kokoinen tiivistelmä mukanaan tentissä.

1. Määrää seuraavalle homogeenisysteemille perusjärjestelmä  $\mathbf{R}$ :ssä:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t).$$

2. (a) (4 pist.) Laske kolme ensimmäistä Picardin approksimaattia  $y_0, y_1$  ja  $y_2$  alkuarvotehtävälle

$$y'(x) = \cos x \sin y, \quad y(-1) = \pi.$$

(b) (2 pist.) Anna approksimaatti  $y_{1000}$ .

3. Anna seuraavan systeemin yleinen ratkaisu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} -3e^{-t} \\ 2e^{-t} \end{bmatrix}.$$

4. Palauta toisen kertaluvun (skalaarinen) differentiaaliyhtälö

$$\ddot{x}(t) = -2\dot{x}(t) + x(t)^2 + x(t) - 2$$

ensimmäisen kertaluvun normaalimuotoiseksi systeemiksi ja määrää tämän (autonomisen parin) kriittiset pisteet sekä niiden laatu (stabiili vai epästabiili).