Differentiaaliyhtälöt II

Harjoitus 4, syksy 2012

1. Muodosta $\mathbf{R}$:ssä perusjärjestelmä homogeenisysteemille $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t)$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -8 & 14 & -7 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3\times 3}.$$

Määrää lisäksi systeemin tasapainoratkaisun $\mathbf{0}$ laatu (stabiili vai epästabiili).

2. Muodosta $\mathbf{R}$:ssä perusmatriisi homogeenisysteemille $\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t)$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2\times 2}.$$

3. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

käyttäen varioimiskeinoa. Mikä suora yrite johtaisi tulokseen helpommin?

4. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} -\cos t \\ -\sin t \end{bmatrix},$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä. Se johtaa 4×4-kokoiseen lineaariseen yhtälöryhmään.

5. Etsi seuraavalle homogeenisysteemille $\mathbf{R}$:ssä perusjärjestelmä matriisikeinolla, joka soveltaa yleistettyjä ominaisvektoreita:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t).$$

Ohje. Luentomonisteen yhtälöt (5.31) ja (5.32).