

Differentiaaliyhtälöt II

Harjoitus 1, syksy 2012

1. Ratkaise lineaarinen 2.kl. differentiaaliyhtälö

$$y'' - 3y' - 4y = 4x + 7.$$

2. Ratkaise mukauttamalla lineaarista 2.kl. teoriaa seuraava lineaarinen 4.kl. homogeeniyhtälö:

$$y^{(4)} - 7y'' + 6y = 0.$$

Ei tarvitse tarkkaan perustella, että saat yhtälön kaikki ratkaisut.

3. Määrää neljä ensimmäistä Picardin approksimaatiota AAT:lle

$$y' = y + 1, \quad y(0) = -1,$$

ja vertaa tarkkaan ratkaisuun.

4. Määrää neljä ensimmäistä Picardin approksimaatiota AAT:lle

$$y' = y + 1, \quad y(0) = 0,$$

ja vertaa tarkkaan ratkaisuun.

5. Onko funktio $f(x, y) = x^2 \sin y$ joukossa $I \times J$ tasaisesti Lipschitz-jatkuva muuttujan y suhteen, kun

(a) $I = \mathbf{R}$ ja $J = [0, 1]$,

(b) $I = [0, 1]$ ja $J = [0, 1]$,

(c) $I = [0, 1]$ ja $J = \mathbf{R}$?

Perustelut. Jos on, niin anna (jokin) käypä Lip-vakio.

6. Missä \mathbf{R}^2 :n mahdollisimman suurissa alueissa DY

$$y' = f(x, y) = \sqrt[5]{(y-1)^2}$$

toteuttaa lokaalin OY-lauseen 4.4 ehdot? Perustele lyhyesti ehtojen voimassaolo.

Huom. DY on määritelty koko tasossa \mathbf{R}^2 .